

WYZNACZANIE DROGI MIESZANIA ZANIECZYSZCZEŃ W CIEKACH WODNYCH

ANDRZEJ BIELSKI, AGNIESZKA GOŃKA

Politechnika Krakowska, Zakład Podstaw i Systemów Ochrony Środowiska, ul. Warszawska 24,
31-155 Kraków

Keywords: pollutants, water-course, river, advectin, dispersion, mixing length.

DETERMINATION OF THE MIXING LENGTH OF POLLUTANTS IN A WATER-COURSE

The paper presents a new method of calculating the mixing length of pollutants, based on the coefficient of the degree of concentrations levelling. Two models have been used: of Bielski and of Boczar of advective transport of pollutants with transverse dispersion. A method of determining the coefficient a_n in Bielski's formula for rectangular or other concentration distribution of pollutants in the initial cross-section has been given. The differences which will occur when determining using any of these methods the mixing length and the concentration distribution on the width of water-course are analysed. It has been noticed, that the differences are due to the different method used when deriving the formula (9) and (11). It has been found, that in order to shorten the mixing length the pollutants should be disposed, as far as possible, near the river axis and also in such a way as to make the formed zone of inflow of pollutants, of the width $2L$, as large as possible.

Streszczenie

W pracy przedstawiono nowy sposób obliczania drogi mieszania zanieczyszczeń oparty na współczynniku stopnia wyrównania stężeń. Wykorzystano do tego celu dwa modele: Bielskiego i Boczara adwekcyjnego transportu zanieczyszczeń z dyspersją poprzeczną. W pracy podano metodę wyznaczania współczynników a_n w równaniu Bielskiego dla prostokątnego lub innego rozkładu stężeń zanieczyszczeń w przekroju początkowym. Przeanalizowano różnice, jakie wystąpią przy określaniu objętości metodami drogi mieszania i rozkładu stężeń po szerokości cieku. Zauważono, że różnice wynikają z odmiennego sposobu wyprowadzenia równań (9) i (11). Stwierdzono, że w celu skrócenia drogi mieszania zanieczyszczenia należałoby wprowadzać, jeżeli to możliwe, w pobliżu osi rzeki oraz tak, aby wytworzony pas zanieczyszczeń $2L$ był możliwie największy.

WSTĘP

Zanieczyszczenia wprowadzane do odbiorników, jakimi są wody powierzchniowe, podlegają różnorodnym procesom. Procesy te zależą od wielu czynników oraz parametrów charakteryzujących tak zanieczyszczenia, jak i odbiorniki. W artykule omówiony zostanie proces, jakim jest mieszanie poprzeczne (dyspersja poprzeczna) zachodzące prostopadle do linii prądu cieku powierzchniowego, z którym związane są pojęcia drogi oraz stopnia wymieszania substancji wprowadzonych do odbiornika z jego wodami.

Zrozumienie tego procesu jest rzeczą ważną, mającą duże znaczenie w ochronie wód oraz odpowiedzialnym gospodarowaniu wodami odbiornika i terenami przyległymi. Logiczny wydaje się pobór wody do celów gospodarczych i innych poniżej miejsca, gdzie następuje dostateczne wymieszanie. Związane jest to z wymogiem poboru wody, w przekroju ujęcia, o jakości zmieniającej się w małym stopniu. Od momentu dostatecznego wymieszania można przyjąć, że np. procesy samooczyszczania zachodzą jednakowo w całym przekroju poprzecznym rzeki i że stężenie substancji jest w przybliżeniu stałe. Znajomość miejsca wymieszania na dostatecznym poziomie ma decydujący wpływ na inwestycje związane z poborem wody.

Nierównomierne wymieszanie zanieczyszczeń po ich wprowadzeniu do odbiornika ma również poważny wpływ na życie biologiczne w nim przebiegające. Mimo że stężenie przeciętne ma wartość stałą dla kolejnych przekrojów, to zróżnicowanie stężenia zanieczyszczeń w płaszczyźnie przekroju nie pozostaje bez wpływu na biocenozę i może powodować zanik lub ubożenie życia biologicznego. Dopiero po osiągnięciu przekroju w przybliżeniu pełnego wymieszania życie biologiczne kształtuje się podobnie w całym przekroju poprzecznym.

Odrębnym problemem jest również zdefiniowanie stopnia wymieszania. Pojęcie to jest płynne, a jego wartość jak do tej pory nie została ujednoczona. Zróżnicowanie w rozumieniu znaczenia tego parametru i wyznaczenia dla niego stałej wartości powoduje różnice w interpretacji wielkości drogi mieszania i trudności w określeniu, odkąd można mówić o jednolitym stężeniu substancji w całym przekroju.

W trakcie badań zajęto się dwiema metodami, których celem było określenie wielkości drogi mieszania zanieczyszczeń w odbiorniku, jakim są wody powierzchniowe płynące, dla przyjętego stopnia wyrównania stężenia zanieczyszczeń w przekroju poprzecznym. Jedną z metod opracował Andrzej Bielski. Jest to nowa metoda wyznaczania rozkładu stężeń w przekrojach poprzecznych i stopnia wyrównania tych rozkładów. Dla porównania użyto drugiej metody, opracowanej przez Jerzego Boczara z Politechniki Szczecińskiej. Końcowa wartość drogi mieszania i rozkład stężeń dla obu metod obliczone zostały przez program komputerowy napisany w języku Turbo Pascal.

Substancje zawarte w wodzie oraz zanieczyszczenia do niej wprowadzane podlegają wielu procesom, i od tego, jakie procesy dominują, zależy stan czysto-

ści rzeki. Pod pojęciem rozprzestrzeniania zanieczyszczeń w rzece rozumie się proces mieszania wody odbiornika ze ściekami lub innymi wodami zanieczyszczonymi, a także transport tych zanieczyszczeń wzdłuż koryta rzeki. Zanieczyszczenia mogą być transportowane na znaczne odległości od miejsca ich wprowadzenia, na co duży wpływ ma między innymi prędkość przepływu w rzece. Intensywność rozprzestrzeniania i transportu zanieczyszczeń zależy od ich rodzaju, charakteru oraz towarzyszących procesów fizycznych, chemicznych, biologicznych.

Na przebieg mieszania ścieków z wodą rzeczną istotny wpływ mają m.in.: stosunek natężeń przepływów ścieków i wody odbiornika, prędkość przepływu wody w rzece, morfologiczne i hydrauliczne parametry charakteryzujące koryto rzeki, a także sposób i miejsce wprowadzenia zanieczyszczeń do odbiornika oraz prędkość i kierunek ścieków wypływających z przewodu kanalizacyjnego.

Ścieki wprowadzane do odbiornika w przekroju początkowym znajdują się tylko w części objętości strumienia. Z upływem czasu obserwuje się efekty mieszania polegające na wyrównywaniu stężenia w całym przekroju porzecznym rzeki. Rzeczywiste pełne wymieszanie następuje w nieskończoności. Przed osiągnięciem przekroju w przybliżeniu pełnego wymieszania, wartość tego wymieszania jest zmienna i waha się od wartości minimalnej w przekroju początkowym do maksymalnej w końcowym.

Mieszanie się ścieków z wodą rzeczną odbywa się wskutek adwekcji zanieczyszczeń w strumieniu wody, dyfuzji burzliwej i dyfuzji molekularnej.

1. Adwekcja zanieczyszczeń zależy od charakterystyki przepływu. W prostych korytach o wyrównanym rozkładzie prędkości adwekcja przebiega w kierunku przepływu.

2. Dyfuzja burzliwa odgrywa bardzo istotną rolę w procesie mieszania się zanieczyszczeń z wodami odbiornika. Różnokierunkowe pulsacyjne przemieszczania się pakietów objętościowych wody powodują przemieszczanie się wraz z nimi zanieczyszczeń, wywołując efekt wyrównania stężeń.

3. Dyfuzja molekularna przebiega znacznie wolniej od dwóch wyżej wymienionych zjawisk. Proces dyfuzji molekularnej zwiększa prędkość transportu zanieczyszczeń, lecz przy intensywnym transporcie adwekcyjnym i/lub dyspersyjnym jej wpływ może zostać pominięty. Dyfuzja molekularna odgrywa jednak duże znaczenie przy przechodzeniu zanieczyszczeń, np. z fazy wodnej do bentosowej lub z gazowej do wodnej.

WYNIKI DOTYCHCZASOWYCH BADAŃ DYSPERSYJNEGO TRANSPORTU ZANIECZYSZCZEŃ

Dyspersyjny transport masy związany jest z istnieniem fluktuacji pola prędkości i pola stężeń [9, 11, 15]. W ustalonym kierunku średnia po czasie składowa strumienia fluktuacji – strumienia dyfuzji burzliwej (np. \bar{j}_y) przez jednostkę powierzchni jest równa uśrednionemu po czasie iloczynowi fluktuacji prędkości (np. v'_y) i fluktuacji stężenia c' (np. $\bar{j}_y = v'_y c'$). Przez analogię do teorii

lepkości burzliwej wprowadza się pojęcie dyfuzji burzliwej (dyspersji). W związku z tą teorią, współczynnik dyspersji jest równy iloczynowi kwadratu średniej swobodnej drogi przemieszczenia cząstek (np. l_y) i gradientu średniej prędkości w odpowiednim kierunku (np. $D_y = l_y^2 * \partial \bar{v}_x / \partial y$). W tej sytuacji istnienie gradientu prędkości średniej po czasie warunkuje zachodzenie procesu dyspersji masy. W modelach transportu masy operuje się niekiedy średnią prędkością w przekroju. Błąd, wynikający z faktu pominięcia zmian prędkości przepływu w przekroju, przenosi się częściowo z adwekcyjnego członu na składnik dyspersyjny w równaniu transportu. Należy również zaznaczyć, że na ogół współczynniki dyspersji nie są wielkościami stałymi i zależą między innymi od: hydrauliki przepływu, geometrii koryta, gradientu prędkości średniej (np. $\partial \bar{v}_x / \partial y$).

Ze względu na złożoność procesu rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń, a w szczególności na małą popularność procesu poprzecznej dyspersji w wodach odbiornika, powstało niewiele artykułów związanych z tym procesem. Poważnie tym problemem w środowisku naukowców zajął się J. Boczar [4]. Jego metoda rozwiązania równania transportu zanieczyszczeń stanowiła jedną z dwóch metod, których użyto w trakcie eksperymentu numerycznego. Zajął się on także problemem rozprzestrzeniania zanieczyszczeń przy nieustalonym przepływie w rzece [3]. Nieustalony przepływ w tym przypadku związany był z istnieniem na rzece powyżej przekroju obliczeniowego stopnia piętrzącego, a co za tym idzie, ze zmianą odpływu w dolne stanowisko budowli piętrzącej. Przykładowe dane pochodziły z pomiarów dokonanych na Wiśle poniżej szczytowej elektrowni wodnej we Włocławku. Celem obliczeń przeprowadzanych przez Boczara było określenie stężenia zanieczyszczeń w przekroju poprzecznym koryta rzeki, usytuowanym poniżej budowli piętrzącej. Ustalony dopływ brzegowy zanieczyszczeń umieszczono powyżej przekroju obliczeniowego, a poniżej budowli piętrzącej. Jako warunek początkowy zagadnienia przyjęty został rozkład stężeń dla przepływu ustalonego, na podstawie analitycznego rozwiązania równania adwekcji i dyfuzji, w układzie dwuwymiarowym przy brzegowym usytuowaniu dopływu zanieczyszczeń. Ostateczne rozwiązanie rozkładu stężeń zanieczyszczeń w czasie trwania przepływu nieustalonego uzyskane zostało poprzez zastąpienie odpowiednich parametrów przepływu ustalonego parametrami zmieniającymi się w czasie przepływu nieustalonego. Dla nieustalonych warunków przepływu określone zostały następujące wielkości: zmiana stanów wody za pomocą krzywej $h(t)$; zmiana przepływów w czasie poniżej szczytowej siłowni wodnej $Q(t)$; czas przemieszczania się czoła fali spiętrzenia lub obniżenia; prędkość przemieszczania się czoła fali oraz przyrost lub spadek objętości wody. Praktyczne obliczenia przeprowadzono przy wzroście odpływu z elektrowni wodnej od wielkości Q_0 do maksymalnego odpływu $Q_0 + \Delta Q_0$ oraz dla fali obniżenia przepływu przy warunku początkowym, dotyczącym ustalonego odpływu $Q_0 + \Delta Q_0$, do ponownego osiągnięcia przepływu Q_0 . W trakcie obliczeń przy użyciu programu MELT na m.c. ODRA 1325 stwierdzono, że w wyniku przejścia całej fali spiętrzenia maksymalne stężenie

zanieczyszczeń w przekroju obliczeniowym zmniejszyło się ok. 4-krotnie, a współczynnik dyspersji wzrósł ok. 2 razy. Przy występowaniu fali spiętrzenia wystąpiło skrócenie czasu adwekcji zanieczyszczeń, co ma istotny wpływ na efekt procesów ich transportu i przekształcania. Maksymalne zmniejszenie stężeń zanieczyszczeń wyniosło 60% stężenia początkowego. Zasięg rozprzestrzeniania zanieczyszczeń w przekroju obliczeniowym w kierunku prostopadłym do głównego kierunku ruchu był praktycznie taki sam po przejściu fali spiętrzenia, jak w warunkach początkowych przy stałym odpływie Q_0 , w wyniku wzrostu współczynnika dyspersji oraz skrócenia czasu adwekcji. W wypadku fali obniżenia przepływu zmiana parametrów ruchu nietrwalego była mniejsza niż w wypadku fali spiętrzenia. Wielkości maksymalnego stężenia przed rozpoczęciem i po zakończeniu fali obniżenia przepływu zbliżone były do odpowiednich wielkości maksymalnego stężenia dla fali spiętrzenia. W obydwu przypadkach nieustalonego przepływu fali spiętrzenia i fali obniżenia istotny wpływ na zmianę stężeń zanieczyszczeń miało początkowe rozcieńczenie ścieków. Znaczące zmiany pola stężeń zanieczyszczeń w korycie rzeki odbywały się praktycznie bez przerwy, w czasie pracy elektrowni wodnej. Z tego też względu określenie zmian tego pola, jako funkcji czasu, stanowiło podstawę opracowania sposobu użytkowania wody rzecznej do celów gospodarczych.

Kolejny artykuł został napisany przez W. Czernuszenkę [8]. W pracy tej podano metodę rozwiązania równania dyspersji przy uwzględnieniu wpływu poprzecznej adwekcji na proces dyspersji. Pokazano także wpływ nieregularności przekrojów poprzecznych rzeki na obliczanie adwekcji oraz podano przykłady całkowania równania dyspersji w przypadkach niestacjonarnego i stacjonarnego zrzutu zanieczyszczeń. Czernuszenko stwierdził, że rozpatrywanie procesu mieszania i rozwiązanie równania dyspersji w kartezyjańskim układzie współrzędnych prostokątnych mimo wielu założeń upraszczających jest rzeczą trudną. Trudność tę powodowała przede wszystkim poprzeczna składowa prędkości występująca w równaniu, której pominięcie, szczególnie w przypadku cieków o zmiennej szerokości, było niemożliwe. Pominięcie tej wielkości mogło prowadzić do błędnej oceny rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń. Trudność w znalezieniu rozwiązania równania dyspersji tkwiła także w całkowaniu równania przy zmiennej szerokości rzeki. Z tego względu Czernuszenko zaproponował przyjęcie specjalnego krzywoliniowego układu współrzędnych, który usuwał te trudności. Aby zilustrować przydatność metody do opisu procesu rozprzestrzeniania zanieczyszczeń w rzece o nieregularnych przekrojach poprzecznych, do badań wybrano kręty odcinek rzeki o znanej konfiguracji dna i znanych rozkładach prędkości i symulowano proces mieszania zanieczyszczeń na opisanym odcinku. Na podstawie pomiarów stwierdzono, że rozkłady prędkości w przekrojach poprzecznych są bardzo nieregularne, a różnice dochodzą nawet do 100%. Zachowanie to było typowe dla zakoli rzeki. Zauważono także, że rozkłady koncentracji nie przypominały rozkładu normalnego. Następnie rozważano uregulowany i prosty odcinek rzeki o stałym przekroju parabolicznym. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń stwierdzono,

że opis procesu mieszania zanieczyszczeń w rzekach nieuregulowanych o nieregularnych przekrojach poprzecznych nie jest kłopotliwy i w sposób w miarę dokładny w zaproponowanym, nowym układzie współrzędnych krzywoliniowych. Zagadnienia związane z rozprzestrzenianiem zanieczyszczeń przy zastosowaniu krzywoliniowego układu współrzędnych dla rzeki dyskutowane są przez W. Czernuszenkę także w pracy [7]. Analizowane są w niej również problemy dotyczące rozprzestrzeniania domieszek termicznych oraz metody wyznaczania współczynników dyspersji.

Celem pracy G. Webela i M. Schatzmanna [19] było znalezienie wielkości dla znamionowych parametrów przepływu głównego w trakcie prób modelowania procesu rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń. W ramach pewnego eksperymentu został zbadany wpływ parametrów koryta na mieszanie poprzeczne. Aby warunki laboratoryjne zbliżone były do naturalnych, zaproponowano wprowadzenie bezwymiarowego współczynnika mieszania poprzecznego $D_y/(v_0 h)$. Autorzy postanowili sprawdzić, jak wartość D_y zależy od liczby Reynoldsa. W trakcie badań obserwowali oni przepływ w prostokątnym korycie, dla którego istniała pewna funkcyjna zależność między liczbą Reynoldsa Re , liczbą Frouda Fr , szerokością, głębokością i szorstkością. Przeprowadzono doświadczenia w nachylnym korycie, w którym stosunek szerokości do głębokości był zmienny i nastawiany za pomocą ruchomej ściany bocznej. Pomiar współczynnika D_y odbywał się przez wprowadzenie traseru przez szczelinowe źródło. W przynajmniej czterech przekrojach poprzecznych, w strefie dostatecznie dalekiej od wypływu traseru, pomierzone zostały profile koncentracji barwnika i obliczona wartość D_y . Następnie zbadany został wpływ stosunku S/h na współczynnik mieszania poprzecznego. Pomiary wykazały, że zmiana tego stosunku przy zachowaniu parametrów koryta nie powodowała zmian tak długo, jak długo granice strefy zanieczyszczonej nie dotarły do strefy wpływu ścian bocznych. Tak więc w przypadku wystarczająco dużej szerokości rzeki w stosunku do szerokości wypływu ścieków można było pominąć wpływ wartości S/h . Stwierdzono także, że wielkość liczby Fr nie miała istotnego znaczenia. Zdaniem autorów, w celu wykluczenia wpływu napięcia powierzchniowego w warunkach laboratoryjnych zalecane jest stosowanie głębokości wody nie mniejszej niż 3 cm. Model musi także posiadać wystarczającą długość. Ponieważ, jak stwierdzono wcześniej, stosunek S/h nie miał wpływu na globalną wartość współczynnika mieszania, w badaniach laboratoryjnych nie trzeba było brać pod uwagę odcinka rzeki w całej jej szerokości, a wystarczająca była szerokość zapewniająca rozszerzanie się strefy zanieczyszczonej bez zakłóceń.

Kolejny artykuł poświęcony jest badaniu mieszania poprzecznego w Mobile River w Alabamie, napisany został przez Williama Meyera [14]. Dyspersja poprzeczna na tej rzece mierzona była za pomocą dwóch metod. Jedna oparta była na bezpośrednich pomiarach w przekrojach poprzecznych rzeki. Druga była metodą mniej bezpośrednią, związaną z obserwacją rzeki na podstawie zdjęć z powietrza. Podstawą do otrzymania informacji na temat mieszania

poprzecznego był ciągły wpływ znacznika i pomiary koncentracji w przekrojach poprzecznych. Próbkę pobierane były w pięciu przekrojach. Do pomiaru wartości współczynnika mieszania poprzecznego D_y wykorzystano metodę momentów. Na podstawie zdjęć można było zaobserwować, że ruch znacznika był ograniczony do strefy turbulencji i że gęstość oraz koncentracja w tej strefie zmieniały się radykalnie. Rozprzestrzenianie traseru było analizowane właśnie na podstawie fotografii, dzięki którym uzyskano wykres zmian poprzecznej wariancji od odległości. Wykorzystując obie metody, autor określił wartość współczynnika mieszania poprzecznego. Przeprowadzone badania wykazały, że wyniki uzyskane dwoma metodami są zbieżne.

Poważny problem związany z istnieniem dyspersji poprzecznej to zaprojektowanie optymalnego systemu poboru wody i zrzutu ścieków. Takim zadaniem zajął się w swoim artykule S. Li [13]. Konwencjonalne modele nie gwarantowały satysfakcjonującej jakości wody pitnej. Proponowany przez autora model wiąże planowany system odprowadzania ścieków z jakością wody pitnej pobieranej z danej rzeki. W starych modelach przyjęto, że woda pobierana z rzeki uległa już całkowitemu wymieszananiu, a pod uwagę brano były tylko procesy degradacji. Ponieważ jednak miejsca poboru wody usytuowane są zazwyczaj przy brzegu rzeki, średnia wartość koncentracji w danym przekroju zwykle nie jest tożsama z rzeczywistą koncentracją pobranej wody. Autor zaproponował użycie programowanego modelu dla jakości wody związanego z mieszaniem poprzecznym – RQMTM Model. Powiązany był on z dwuwymiarowym równaniem dyspersji. Efekt mieszania poprzecznego dla jakości pobieranej wody uwzględniony został przez specjalny indeks, który reprezentował stopień mieszania w rzece. W pracy porównane zostały wyniki uzyskane przez model konwencjonalny i zmodyfikowany. Wykorzystując obie metody, konwencjonalną i zmodyfikowaną, przeprowadzono badania nad optymalnym systemem oczyszczania ścieków zrzucanych z dopływami i optymalny system poboru wody. Optymalizację przeprowadzono minimalizując funkcję kosztów, przy spełnieniu pewnych warunków. Uzyskane rezultaty pokazały, że osiągnięte wyniki dla zmodernizowanego modelu są odmienne od tych, jakie uzyskano przy użyciu modelu konwencjonalnego. Na tej podstawie autor zasugerował, że tradycyjna strategia związana ze zrzutem ścieków i poborem wody powinna ulec zmianie, w celu zapewnienia lepszej jakości poboru wody pitnej. Model ten pokazał, że można podnieść jakość planowanych prac związanych z ujęciem wody pitnej i zrzutem ścieków, łącząc jakość pobieranej wody z miejscem wypływu zanieczyszczeń. Pokazał także, że stopnie oczyszczania każdej z oczyszczalni ścieków mogą ulec zmianie, gdy w obliczeniach uwzględni się mieszanie poprzeczne.

Numerycznymi symulacjami mieszania w rzekach naturalnych zajęli się dwaj uczeni: Terrence O. Harden i Hung Tao Shen [10]. W pracy inżynierskiej i planistycznej niezbędne jest przewidywanie dystrybucji zanieczyszczeń, w czym bardzo pomocnym narzędziem mogą być modele matematyczne. Numeryczne i analityczne modele zostały wynalezione do badania adwekcji i dyspersji

w wodach powierzchniowych. Modele analityczne zazwyczaj ułatwiają obliczenia, większość z nich jednak może dotyczyć równań jednowymiarowych albo wielowymiarowych przy zastosowaniu założeń upraszczających. Numeryczne modele pod tym względem są dużo bardziej korzystne, gdyż mogą uwzględniać wiele różnych czynników. Powstało wiele modeli numerycznych: dwu- i trójwymiarowe modele różnic skończonych dla przepływu ustalonego w przypadku prostego, prostokątnego koryta; dwuwymiarowy model hydrotermalny wykorzystujący metodę skończonych elementów Galerkin; model różnic skończonych na podstawie koncepcji podziału na klatki mieszania. Wszystkie te modele wymagają modelu hydrodynamicznego do opisu współczynników w równaniu dyspersji. Pierwszym, który wprowadził model podziału rzeki na strugi do obliczenia transportu zanieczyszczeń przy zmiennych parametrach głębokości i przepływu w przekrojach poprzecznych, był Fischer. Jego model został zmieniony przez wprowadzenie go w nowy krzywoliniowy układ współrzędnych, jako symulację meandrującego kształtu naturalnej rzeki. Właśnie taki model używany był w trakcie badań na Missouri River. Poprzez wprowadzenie odpowiednich założeń model zastosowano do przewidywania efektów mieszania poprzecznego w zależności od czasu w rzece naturalnej. Od tego momentu ortogonalno-krzywoliniowy układ współrzędnych jest przedstawiany jako naturalny układ dla rzeki. Składa się on z wzajemnie prostopadłych podłużnych, poprzecznych i horyzontalnych płaszczyzn. Płaszczyzny podłużna i poprzeczna są pionowe, natomiast płaszczyzna horyzontalna jest równoległa do dna rzeki. Schemat numeryczny wykorzystywany przez autorów oparty był na kombinacji niejawnych i jawnych schematów różnic skończonych. W trakcie rozwiązywania rozpatrywane były różne warunki graniczne. Pomiedzy pomierzonymi i otrzymanymi wartościami stężeń istniała zgodność. Różnice, które mogły występować między otrzymanym rozwiązaniem a wartościami zmierzonymi, mogły być głównie spowodowane aproksymacją, użytą w celu uwzględniania efektu krętości rzeki oraz dystrybucji koncentracji. Na podstawie obliczeń autorzy stwierdzili, że wyniki otrzymane za pomocą modelu numerycznego odpowiadają wynikom uzyskanym z obliczeń analitycznych i pomiarów terenowych. W związku z tym model numeryczny może być wykorzystywany do symulacji procesu mieszania w rzekach w stanach niustalonych, gdy stężenie jest stałe po głębokości.

PODSTAWOWE RÓWNANIA

Podstawowym równaniem opisującym zjawisko mieszania i rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń w wodach odbiornika jest równanie dyfuzji turbulencyjnej w stanach niustalonych. Równanie to wynika z zasady zachowania masy. Ogólna postać tego równania jest następująca [3, 7, 9, 15, 16]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial(v_x c)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y c)}{\partial y} + \frac{\partial(v_z c)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) + R(c). \quad (1)$$

Każdemu składnikowi adwekcyjnemu w danym kierunku odpowiada składnik dyfuzji burzliwej w tym kierunku. Analityczne rozwiązanie równania (1) wymaga przyjęcia wielu założeń upraszczających i odpowiednich warunków początkowych i brzegowych. Do najczęstszych założeń należą: przyjęcie punktowego lub liniowego modelu dopływu zanieczyszczeń, pominięcie przepływów poprzecznych i dwukierunkowych w korycie rzeki oraz przyjęcie zastępczego koryta prostokątnego o niezmiennym kształcie przekroju poprzecznego i średniej prędkości v_x dla danego odcinka ciek. Przeprowadzono badania symulacyjne dotyczące dyspersji poprzecznej. W związku z tym współczynniki D_x i D_z zostały pominięte, przy założeniu, że nie mają one większego znaczenia dla procesu transportu. Dyspersję wzdłużną można zwykle pominąć przy liczbach Pecleta Pe ($Pe = v_x * O/D_x$, O – długość odcinka ciek) większych od około 40. Występuje wtedy głównie przepływ tłokowy (transport adwekcyjny) [18]. Pominięcie współczynnika D_z oznacza, że analizowane będą stężenia średnie w pionie. Przyjęto także, że prędkości v_y i v_z są pomijalnie małe. Przy przyjęciu takich założeń na podstawie równania (1) otrzymano równanie na adwekcyjne przenoszenie masy w kierunku X i dyspersyjne w kierunku Y. Dla warunków ustalonych dla stężeń:

$$v_x \frac{\partial c}{\partial x} = D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}, \quad (2)$$

jeżeli założyć, że czas związany jest z położeniem:

$$t = \frac{x}{v}, \quad (3)$$

to ostatecznie równanie (2) przyjmie postać:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}, \quad D_y > 0. \quad (4)$$

Równanie (2) wyprowadzone zostało dla warunków ustalonych dla stężeń. Jednak w przypadku równania (4) można prowadzić obliczenia dla warunków nieustalonych dla stężeń, gdyż elementarne pakiety cieczy transportowane adwekcyjnie nie mieszają się ze sobą. Pakiety te przemieszczają się szeregowo (jeden za drugim). W związku z powyższym nie dochodzi między nimi do wymiany substancji, a czas t może być związany bezpośrednio z położeniem x . Prędkość przepływu v_x może ulegać zmianie wzdłuż ciek.

Równanie (4) stanowiło podstawę do uzyskania wzorów na rozkład stężenia w funkcji szerokości koryta ciek dla metod analizowanych w dalszej części pracy.

OPIS METOD

Bielski przyjął, że w celu rozwiązania równania (4) całkę ogólną można wyrazić w postaci iloczynu dwóch funkcji wzajemnie od siebie niezależnych

(metoda rozdzielania zmiennych [5, 12]), ale wpływających na proces rozprzestrzeniania się substancji:

$$c(y, t) = T(t) \cdot Y(y). \quad (5)$$

Na podstawie równań (4, 5) można wyprowadzić następujące proporcje:

$$\frac{T'}{T} \frac{1}{D_y} = \frac{Y''}{Y} = -\lambda^2, \quad (6)$$

w których:

$$T' = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (6a)$$

$$Y'' = \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}. \quad (6b)$$

Parametr λ jest pewną stałą. Znak „minus” jest konieczny w celu uzyskania niebanalnego rozwiązania. Proporcje (6a, b) prowadzą do dwóch równań różniczkowych dla funkcji $T(t)$ oraz $Y(y)$. Rozwiązanie tych równań umożliwia napisanie całki ogólnej równania (4) w postaci:

$$c(y, t) = C_3 \exp(-D_y \lambda^2 t) (C_1 \cos \lambda y + C_2 \sin \lambda y), \quad (7)$$

gdzie: C_1, C_2, C_3 – stałe.

Ponieważ wyliczenie stałych C_1 oraz C_2 byłoby trudne, dlatego warunki początkowe dobiera się tak, aby rozwiązanie szczególne zawierało tylko funkcję sinus lub cosinus. Jeżeli dopływ zanieczyszczeń posiada symetryczny rozkład stężeń względem osi rzeki o szerokości S , to na podstawie warunków brzegowych:

$$\bigcap_{t \geq 0} \frac{\partial c}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad (7a)$$

$$\bigcap_{t \geq 0} \frac{\partial c}{\partial y} \Big|_{y=\pm \frac{S}{2}} = 0 \quad (7b)$$

i pochodnej stężenia:

$$\frac{\partial c}{\partial y} = C_3 \exp(-D_y \lambda^2 t) (-C_1 \sin \lambda y + C_2 \cos \lambda y), \quad (8)$$

stała $C_2 = 0$, natomiast:

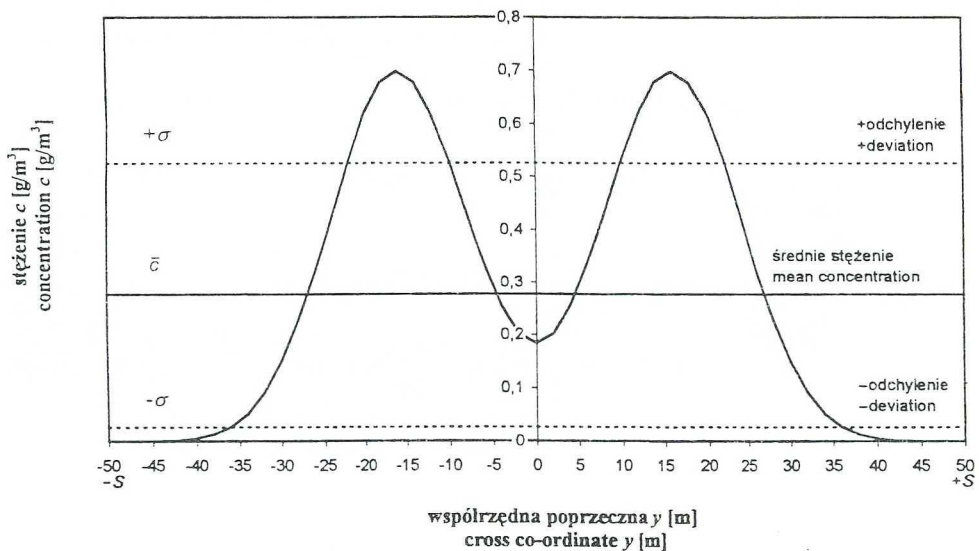
$$\lambda = \frac{n\pi}{S/2} \quad \text{dla} \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (9)$$

Ostatecznie całka ogólna równania (4) będzie kombinacją liniową rozwiązań dla wszystkich n , a więc:

$$c(y, t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n \exp\left(-D_y \frac{n^2 \pi^2}{(S/2)^2} t\right) \cos\left(\frac{n\pi}{S/2} y\right). \quad (10)$$

Warunek (7a) oznacza, że dla $y = 0$ stężenie substancji osiąga ekstremum (dopływ substancji o rozkładzie stężeń symetrycznym względem osi rzeki, ós rzeki w połowie jej szerokości). Warunek (7b) oznacza, że substancje nie przenikają przez brzeg, ponieważ strumień dyspersji w tym miejscu jest zerowy (odpowiednik I prawa Ficka).

Ponieważ strumień zanieczyszczeń nie musi być wprowadzany w osi rzeki i posiadać symetrycznego rozkładu stężeń, wprowadza się fikcyjne koryto rzeki o szerokości $2S$. Rozkład stężeń dla dodatnich współrzędnych y może być dowolny, natomiast rozkład stężeń dla ujemnych współrzędnych y jest odbiciem zwierciadlanym rozkładu dla współrzędnych dodatnich (Rys. 1, 2). Tak utworzona funkcja $c(y, t = 0)$ dla $y \in \langle -S, +S \rangle$ jest parzysta i może być opisana szeregiem trygonometrycznym (20).



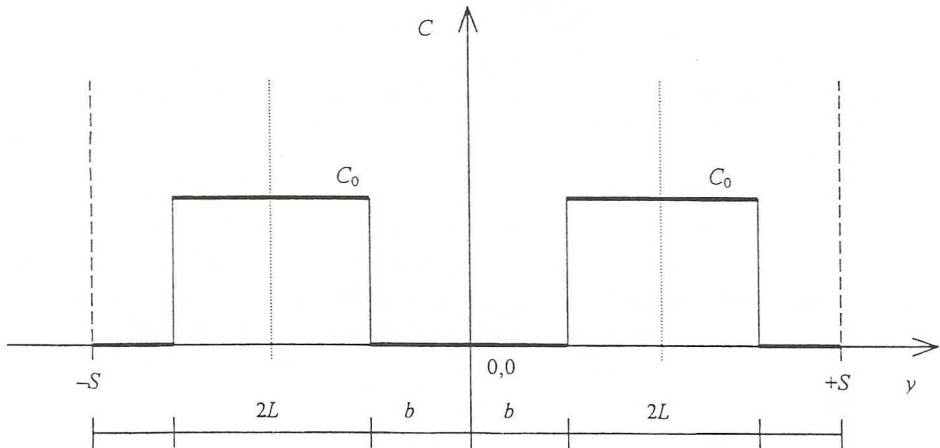
Rys. 1. Rozkład stężeń w korycie rzeki o szerokości $2S$ po czasie $t(t > 0)$
 Concentration distribution in river bed of a width $2S$ after time $t(t > 0)$

Ponieważ funkcja cosinus jest parzysta, więc sumowanie w równaniu (10) może odbywać się w granicach $n \in \langle 0, +\infty \rangle$, natomiast współczynniki a_n należy przyjmować dwa razy większe, z wyjątkiem współczynnika a_0 , i wtedy:

$$c(y, t) = \sum_{n=0}^{n=+\infty} a_n \exp\left(-D_y \frac{n^2 \pi^2}{S^2} t\right) \cos\left(\frac{n\pi}{S} y\right). \quad (11)$$

W przypadku rozkładu stężeń przedstawionego na rysunku 2, okres funkcji wynosi $2S$. Zapis funkcyjny tego rozkładu jest następujący:

$$c(y, t = 0) = \begin{cases} 0; & -S \leq y < -(b + 2L) \\ c_0; & -(b + 2L) \leq y < -b \\ 0; & -b \leq y < +b \\ c_0; & +b \leq y < +(b + 2L) \\ 0; & +(b + 2L) \leq y \leq +S \end{cases} \quad (12)$$



Rys. 2. Prostokątny rozkład stężeń zanieczyszczeń przy wypływie w odległości b od ściany bocznej koryta

Rectangular distribution of pollution concentration at the outflow at the distance b from the side wall of river bed

Współczynniki a_n szeregu trygonometrycznego mogą być wyliczone z następujących zależności:

$$a_0 = \frac{1}{2S} \int_{-s}^{+s} c(y, t=0) dy = \frac{2L}{S} c_0, \quad (13a)$$

$$a_n = \frac{2}{2S} \int_{-s}^{+s} c(y, t=0) \cos\left(\frac{n\pi}{S} y\right) dy = \frac{4c_0}{n\pi} \cos\left(n\pi \frac{(b+L)}{S}\right) \sin\left(n\pi \frac{L}{S}\right). \quad (13b)$$

W przypadku innych rozkładów stężeń $c(y, t=0)$ współczynniki a_n oblicza się w analogiczny sposób.

Dla warunków brzegowych:

$$\bigcap_{t \geq 0} \frac{\partial c}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad (14a)$$

$$\bigcap_{t \geq 0} \frac{\partial c}{\partial y} \Big|_{y=\pm s} = 0 \quad (14b)$$

i rozkładu (12), równanie (11), wykorzystane w metodzie Bielskiego, przyjmuje następującą postać:

$$c(y, t) = c_0 \frac{2L}{S} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4c_0}{n\pi} \cos\left(n\pi \frac{(b+L)}{S}\right) \sin\left(n\pi \frac{L}{S}\right) \exp\left(-D_y \frac{n^2 \pi^2}{S^2} t\right) \cos\left(\frac{n\pi}{S} y\right). \quad (15)$$

Równanie (15) może być wykorzystane do obliczeń rozprzestrzeniania zanieczyszczeń tylko w przypadku przepływów niezmiennych w czasie, tzn.: $\bigcap_{t \geq 0} v_x = v_x(x)$, $Q = Q(x)$. W sytuacji, gdy w przekroju początkowym znajduje się kilka źródeł zanieczyszczeń, to globalne stężenie $c(y, t > 0)$ w przekroju

końcowym może być wyliczone metodą superpozycji stężeń zanieczyszczeń pochodzących z poszczególnych źródeł, tzn.:

$$c(y, t) = \sum_{i=1}^{i=K} c_i(y, t), \quad (16)$$

gdzie: K – liczba źródeł.

Jeżeli rozkład stężeń zanieczyszczeń w przekroju początkowym zmienia się w czasie τ , to w równaniu (15) należy dokonać podstawień:

$$c_0 \leftarrow c_0(\tau - t), \quad (17a)$$

$$c(y, t) \leftarrow c(y, t, \tau - t), \quad (17b)$$

natomiast w równaniach (11, 13a, 13b) podstawień:

$$c(y, t = 0) \leftarrow c(y, t = 0, \tau - t), \quad (18a)$$

$$c(y, t) \leftarrow c(y, t, \tau - t). \quad (18b)$$

Druga z analizowanych metod opracowana przez Boczara dotyczy modelu rozprzestrzeniania i przekształcania zanieczyszczeń i również wynika z rozwiązania równania (4) [4]. Stosując metodę transformat Fouriera otrzymuje się wzór na rozprzestrzenianie się i przekształcanie zanieczyszczeń w korycie o nieograniczonej szerokości:

$$c(x, y) = \frac{c_0}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{L+y}{2\sqrt{D_y \frac{x}{v}}} \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{L-y}{2\sqrt{D_y \frac{x}{v}}} \right] \right\}. \quad (19)$$

Aby uwzględnić oddziaływania ścian bocznych koryta przy powierzchniowym wypływie zanieczyszczeń, stosuje się zasadę równości ładunków zanieczyszczeń w korycie o nieograniczonej szerokości i w korycie o szerokości S . Metoda sprowadza się do obliczenia stosunku pól powierzchni ograniczonych krzywymi rozkładu stężeń dla koryta o nieograniczonej szerokości i o szerokości S oraz układem osi współrzędnych. Stosując kolejne przekształcenia można dowiedzieć, że dla przypadku, gdy zanieczyszczenia wypływają w dowolnej odległości b od ściany bocznej koryta (Rys. 2, oś rzeki usytuowana w połowie szerokości S po stronie dodatnich y), wzór na rozkład stężenia zanieczyszczeń jest następujący:

$$c_1(x, y) = \frac{c_0}{2} \frac{\left[\operatorname{erf} \left(\frac{\frac{S}{2} - b + y}{2\sqrt{D_y \frac{x}{v}}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{b + 2L - \frac{S}{2} - y}{2\sqrt{D_y \frac{x}{v}}} \right) \right] 4L}{\frac{F \left| \frac{S}{2} \right.}{2 \left| \frac{-S}{2} \right.}}, \quad (20)$$

gdzie:

$$F \Big|_{-\frac{s}{2}}^{\frac{s}{2}} = 2 \int_{-\frac{s}{2}}^{\frac{s}{2}} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\frac{S}{2} - b + y}{2 \sqrt{D_y \frac{x}{v}}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{b + 2L - \frac{S}{2} - y}{2 \sqrt{D_y \frac{x}{v}}} \right) \right] dy, \quad (21)$$

dla $y \in \langle -S/2, +S/2 \rangle$.

Wzory (9) i (11) wykorzystane zostały w obliczeniach drogi i stopnia wymieszania zanieczyszczeń z wodami odbiornika w programie napisanym w języku Turbo Pascal.

PODSTAWOWE POJĘCIA

W wykorzystywanych do obliczeń równaniach transportu zanieczyszczeń znajduje się współczynnik dyspersji poprzecznej D_y . Istnieje kilka metod, które pozwalają mniej lub bardziej dokładnie określić wartość tego współczynnika. Niektóre metody oparte są na wynikach badań polowych i obliczeniach statystycznych. Prostsze metody polegają na określeniu wartości współczynnika dyspersji poprzecznej na podstawie hydraulicznych parametrów charakteryzujących koryto odbiornika. Istnieją wzory, na podstawie których można w przybliżeniu określić wartość współczynnika dyspersji poprzecznej D_y . Wybór jednego z nich zależał będzie od posiadanych danych.

Oprócz współczynnika dyspersji rozcieńczenie ścieków wodą rzeczna można wyrazić za pomocą pojęcia, jakim jest stopień tego rozcieńczenia n [1, 2, 6, 17]. Pojęcie to może być rozumiane jako stosunek sumy przepływu ścieków Q_s i tej części wody rzeki, która zmieszała się już ze ściekami γQ_{rz} , do przepływu samych ścieków:

$$n = \frac{Q_s + \gamma Q_{rz}}{Q_s}, \quad (22)$$

gdzie γ oznacza stopień zmieszania się wody rzecznej ze ściekami. Stopień zmieszania można wyrazić za pomocą ilorazu przepływu tej części wody rzecznej Q'_{rz} , która zmieszała się ze ściekami w danym przekroju, do całego przepływu wody w rzece Q_{rz} :

$$\gamma = \frac{Q'_{rz}}{Q_{rz}}. \quad (23)$$

Wartość współczynnika zmieszania γ mieści się w granicach $\langle 0, 1 \rangle$. Wartość $\gamma = 0$ odpowiada przekrojowi, w którym znajduje się wprowadzenie ścieków, a dokładniej punktowi zakończenia wylotu kanalizacyjnego. Dla takiego przekroju wartość stopnia rozcieńczenia ścieków $n = 1$. Wartość współczynnika γ rośnie wraz z przemieszczaniem się masy wody i ścieków wzdłuż koryta rzeki i stopniowym poprzecznym rozprzestrzenianiem się zanieczyszczeń. Maksy-

malna wartość $\gamma = 1$ zostanie osiągnięta w teoretycznym przekroju pełnego wymieszania ścieków z wodą. W tym przekroju stopień rozcieńczenia osiąga swoją maksymalną wartość, która zgodnie ze wzorem (13) wynosi:

$$n = \frac{Q_s + Q_{rz}}{Q_s}. \quad (24)$$

Wartości współczynników n i γ są funkcją wielu parametrów, wśród nich np. długości odcinka rzeki O mierzonego od przekroju wprowadzenia ścieków w kierunku zgodnym z biegiem rzeki.

Odległość, gdzie następuje pełne wymieszanie ścieków z wodą rzeczną i gdzie stopień rozcieńczenia n osiągnie swą maksymalną wartość n , jest teoretycznie równa nieskończoności. W praktyce, według Ruffela [1, 2, 6, 17], można przyjąć, że wystarczająca wartość współczynnika n powinna odpowiadać odległości (uznanej za odległość w przybliżeniu pełnego wymieszania) takiego przekroju poprzecznego, w którym maksymalna koncentracja zanieczyszczeń nie przekracza więcej niż o 10% koncentracji średniej w danym przekroju. W przeprowadzanych obliczeniach za odległość w przybliżeniu pełnego wymieszania przyjęto drogę od przekroju początkowego do przekroju, w którym osiągnięty został oczekiwany stopień wyrównania v . Stopień ten rozumiany jest jako iloraz wartości średniego odchylenia stężenia σ w danym przekroju do wartości średniej stężenia (Rys. 1):

$$v = \frac{\sigma}{\bar{c}}, \quad (25a)$$

gdzie:

$$\bar{c} = \frac{1}{S} \int_0^s c(y) dy, \quad (25b)$$

$$\sigma = \left(\frac{1}{S} \int_0^s c^2(y) dy - (\bar{c})^2 \right)^{0,5}. \quad (25c)$$

WYNIKI I SPOSTRZEŻENIA

W celu przeprowadzenia eksperymentu numerycznego napisany został program komputerowy, który dla różnych zestawów danych obliczał rozkłady stężeń dla kolejnych przekrojów poprzecznych, oddalonych od siebie o wartość: $\Delta x = v_x * \Delta t$. Obliczenia przeprowadzono metodą Bielskiego i Boczara. Dla każdej kolejnej chwili czasu związanej z kolejnym dalszym przekrojem poprzecznym (w dół rzeki), program liczył ponadto wartość średnią stężenia w tym przekroju i odchylenie od wartości średniej. Obliczenia kończyły się po osiągnięciu żadanego wyrównania stężeń w przekroju (iloraz wartości odchylenia i średniej dla stężenia). Wyniki obliczeń program zapisywał w pliku wyników. Graficzne zobrazowanie wyników obliczeń dwiema metodami przeprowadzono za pomocą arkusza kalkulacyjnego. Na wykresach wykreślono

także krzywą różnicy stężeń uzyskanych metodą Bielskiego i Boczara. Na osobnych wykresach zaprezentowano także trend, jakiemu ulegała wartość wyrównania w przypadku obu metod. Na ostatnim wykresie przedstawiono przemieszczanie się maksimum stężenia dla metody Bielskiego.

Podstawowym plikiem z danymi był plik „dane1”, a pozostałe różniły się od niego wartością jednego z parametrów, w celu analizy wpływu zmiany wartości tego parametru na wynik końcowy. Współrzędna $y=0$ odpowiada położeniu lewego brzegu rzeki.

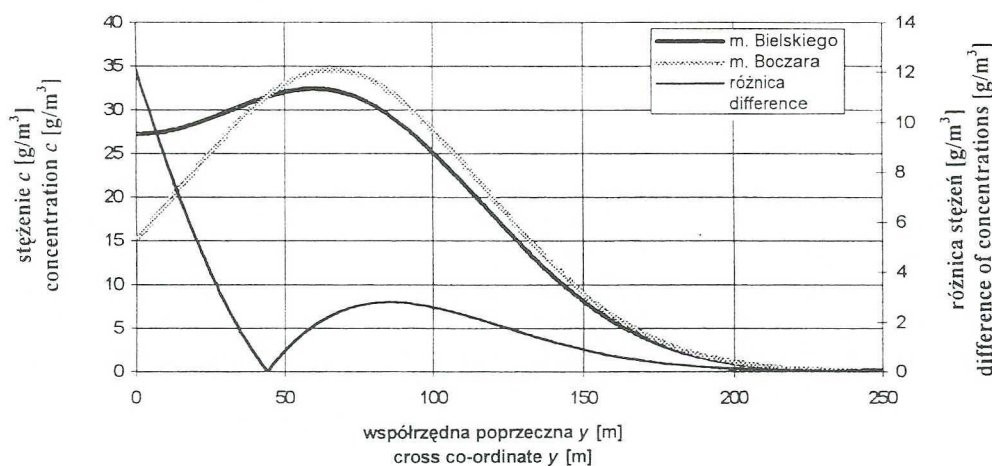
Dane zawarte w tabeli 1 wpisano do plików danych i kolejno wprowadzano do programu. Wartości wyróżnione cyframi półgrubymi to te, które uległy zmianie w porównaniu z plikiem „dane1”. Nie zmieniano wartości dla prędkości v_x , gdyż nie miała ona wpływu na wyniki rozkładu stężeń w przekroju i czas osiągnięcia określonego wyrównania, a jedynie na przebyty przez zanieczyszczenia drogę. Nie zmieniano także wartości Δt oraz t_{\min} . Wartość t_{\min} nie mogła wynosić 0 ze względu na postać wzoru w metodzie Boczara (21), gdzie w mianowniku występuje zależność: $x/v_x=t$.

Tabela 1. Zestawy danych wykorzystanych w obliczeniach
List of data used in the calculation

	c_0 [g/m ³]	D_y [m ² /s]	L [m]	S [m]	Δt [s]	b [m]	v_x [m/s]	m	ν	t_{\min} [s]
dane1	200	0,1	10	250	200	56	0,2	250	0,8	0,1
dane2	200	0,1	10	250	200	0	0,2	250	0,8	0,1
dane3	200	0,1	10	250	200	115	0,2	250	0,8	0,1
dane4	200	0,5	10	250	200	56	0,2	250	0,8	0,1
dane5	200	0,1	2	250	200	56	0,2	250	0,8	0,1
dane6	200	0,1	10	97	200	56	0,2	250	0,8	0,1
dane7	89	0,1	10	250	200	56	0,2	250	0,8	0,1
dane8	200	0,1	10	250	200	56	0,2	100	0,8	0,1
dane9	200	0,1	10	125	200	28	0,2	250	0,8	0,1
dane10	200	0,1	5	125	200	28	0,2	250	0,8	0,1
dane11	200	0,1	10	250	200	56	0,2	250	0,25	0,1

Analizując otrzymane wykresy stężeń i ich różnic, zauważono, że między wynikami dla obu metod można zaobserwować pewne znaczące różnice dla pewnych szczególnych przypadków. Praktycznie nie zaobserwowano żadnych różnic w przypadku wartości dla czasu równego 0,1[s] (z wyjątkiem danych „dane2”). Świadczy to o tym, że obie metody podobnie symulują warunki początkowe w postaci prostokątnego rozkładu stężeń. Dla kolejnych chwil czasu wartości rozkładu stężeń dla obu metod zaczynają się różnicować. Rośnie także wartość różnicy stężeń. Można jednak na podstawie danych „dane11” (Rys. 6) stwierdzić, że po dostatecznie długim czasie różnice te maleją, a wykresy stężeń dla obu metod zbliżają się do siebie. Związane jest to z tym, że oba wykresy z założenia dążą do wartości średniej.

Na podstawie obserwacji wykresów dla różnic między stężeniami uzyskanymi obiema metodami zauważono, że prawie dla wszystkich przypadków danych mają one dosyć charakterystyczny przebieg (Rys. 3). Przy brzegu, w pobliżu którego znajduje się wprowadzenie ścieków, występują największe różnice. Spowodowane jest to tym, że w metodzie Boczara nie zakłada się, tak jak w metodzie Bielskiego, że gradient stężeń po szerokości przy brzegach rzeki, dla dowolnej chwili czasu, jest równy 0. Następnie wartości różnic w miarę odsuwania się od brzegu maleją do wartości 0, gdy wykresy dla obu metod przecinają się. Po osiągnięciu minimum następuje ponowny wzrost wartości dla różnicy stężeń, aż do osiągnięcia ekstremum lokalnego, by ponownie spaść do wartości 0 w pobliżu przeciwległego brzegu.



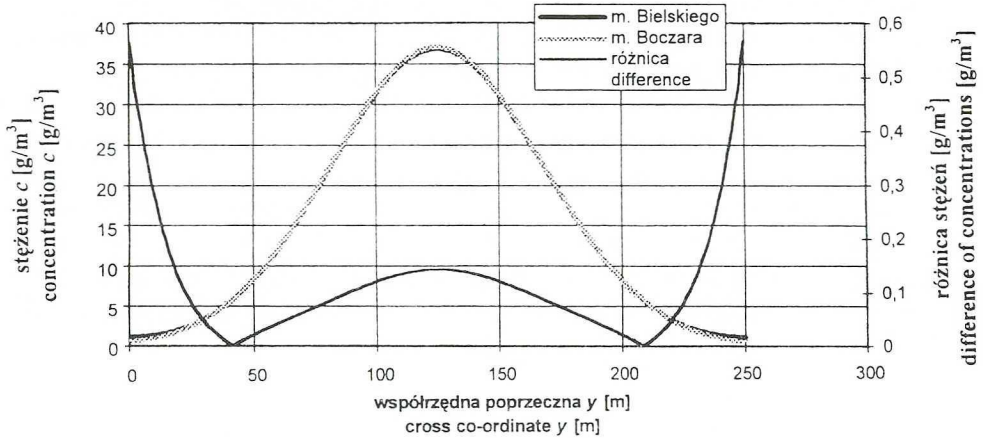
Rys. 3. Wykresy stężeń dla czasu 13 000,1 s (dane1)

Graphs of concentrations for time 13 000.1 s (dane1)

Przypadek symetrycznego w przekroju doprowadzenia zanieczyszczeń odbiegał od wyżej opisanego przebiegu dla różnicy stężeń między dwiema metodami. Dla tego przypadku różnice dla kolejnych czasów, a tych samych wartości współrzędnej poprzecznej y początkowo stale rosły, a lokalnie maksymalne wartości osiągnane były symetrycznie na obu brzegach i w osi (Rys. 4). Z biegiem czasu różnice maleją, ze względu na to, że wykresy dla obu metod dążą do wartości średniej.

Wprowadzenie symetryczne skróciło czas osiągnięcia dopuszczalnego poziomu wyrównania v do 9200 s dla metody Bielskiego i 9400 s dla metody Boczara. To, gdzie wprowadzane są ścieki, ma także wpływ na wielkość różnic stężeń dla kolejnych czasów. Dla wprowadzenia symetrycznego różnice te były zdecydowanie mniejsze, a dla trzech pierwszych czasów: 0,1 s, 600,1 s i 2000,1 s, wyniosły praktycznie 0.

W przypadku testowania danych z pliku „dane4” sprawdzano, jaki wpływ na osiągnięcie odległości wymaganego wymieszania (wyrównanie stężeń jest



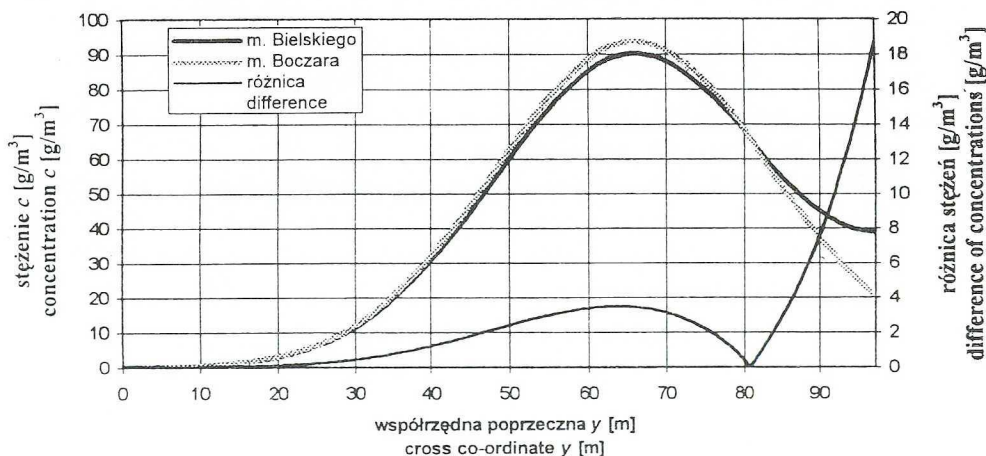
Rys. 4. Wykresy stężeń dla czasu 9 200,1 s (dane3)
 Graphs of concentrations for time 9 200.1 s (dane3)

mniejsze lub równe ν) ma wartość współczynnika dyspersji poprzecznej D_y . Wielkość tę zwiększono 5-krotnie w porównaniu do danych z „dane1”. Spowodowało to znaczne skrócenie czasu osiągnięcia wymaganego wyrównania. Wydaje się, że zmiana ta nie wpłynęła znacząco na kształty rozkładu stężeń dla obu metod, a także na kształt i wartości, jakie osiągnęła różnica stężeń w chwili takiego samego wyrównania. Należy zaznaczyć, że przy różnych współczynnikach dyspersji D_y , ale tych samych chwilach czasu, rozkłady stężeń są różne.

W przypadku danych umieszczonych w pliku „dane5” sprawdzono, jaki wpływ na końcowy wynik ma zmiana szerokości wprowadzanych ścieków $2L$, którą zmniejszono 5-krotnie. Oczywiście, w związku z tym spadła wartość stężenia średniego także 5 razy. Dla takich danych czas osiągnięcia wymaganego wyrównania rozkładu stężeń po szerokości wydłużył się dla obu metod, co związane było z tym, że z wartości 200 g/m^3 stężenia musiały obniżyć się odpowiednio do mniejszych wartości znajdujących się w pobliżu 5-krotnie niższego stężenia średniego. Wydłużenie czasu związane jest z powiększeniem stref wolnych od zanieczyszczeń w chwili $t=0$. W związku z tym, w celu uzyskania takiego samego wyrównania stężeń, zanieczyszczenia muszą przemieścić się w procesie dyspersji na większą odległość, a to wymaga dłuższego czasu.

Kolejna modyfikacja w danych dotyczyła szerokości rzeki S . W pliku danych „dane6” wielkość ta zmalała z wartości 250 m do 97 m. W tym wypadku wzrósł stosunek szerokości wprowadzanych zanieczyszczeń do szerokości rzeki. Zaobserwowano, że stosunek ten ma duży wpływ na zachowanie się wartości czasu wyrównania. Jak widać, im węższa jest rzeka przy niezmienniej szerokości dopływu zanieczyszczeń, tym proces dyspersji poprzecznej przebiega szybciej. Powyższy efekt wynika z faktu skrócenia drogi zanieczyszczeń po szerokości, w strefy wolne od nich z chwili $t=0$. Takie wprowadzenie zanieczy-

szczeń przy zmniejszonej szerokości S rzeki bez zmiany odległości b od lewego brzegu i szerokości wprowadzenia $2L$ spowodowało także to, że miejsce maksimum stężeń dla obu wykresów zostało przesunięte w kierunku prawego brzegu (Rys. 5). Właśnie przy tym brzegu wystąpiły maksymalne różnice stężeń.



Rys. 5. Wykresy stężeń dla czasu 1 400,1 s (dane6)

Graphs of concentrations for time 1 400.1 s (dane6)

W pliku „dane7” zmniejszono wartość stężenia początkowego c_0 do wartości 89 g/m^3 . W związku z tym spadła wartość stężenia średniego. Zmiana ta nie spowodowała żadnych różnic w kształcie wykresów dla stężeń i różnic oraz w czasie końcowym. Jedyną różnicą były proporcjonalnie mniejsze wartości stężeń i różnic.

Sprawdzono, jaki wpływ na kształt rozkładu stężeń ma zmiana wielkości $\Delta y = S/m$, dla której dokonywano obliczeń stężeń. Takie dane umieszczono w pliku „dane8”, dla którego $\Delta y = 2,5 \text{ m}$, a nie, jak wcześniej, 1 m . Po tej modyfikacji nie zaobserwowano znaczących zmian w kształcie rozkładu dla stężeń, co może świadczyć o tym, że bez większych różnic na wynik można dokonywać obliczeń lub pomiarów stężeń po szerokości rzeki w większych odstępach Δy . Oczywiście wielkość Δy nie może być dowolnie duża.

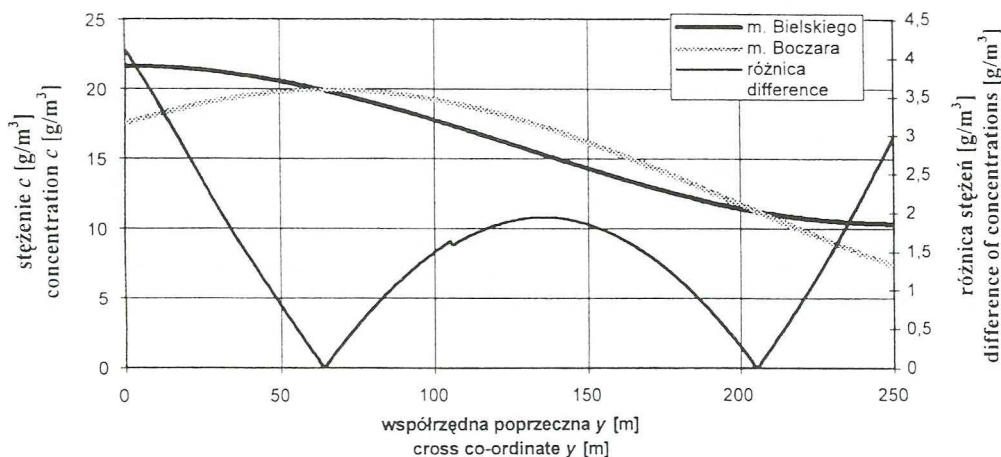
W pliku „dane9” 2 razy zmniejszono wielkość szerokości rzeki do $S = 125 \text{ m}$ i odległość dla wprowadzenia od lewego brzegu rzeki do $b = 28 \text{ m}$. Po tych zabiegach wzrósł stosunek szerokości wprowadzonych ścieków $2L$ do szerokości rzeki, co, jak już wcześniej zostało stwierdzone, przyspieszyło moment osiągnięcia poziomu wyrównania v . Różnice stężeń miały podobne wielkości jak w wypadku pliku „dane6”, czas osiągnięcia tego samego wyrównania był jednak nieco dłuższy, ponieważ szerokość rzeki była większa, a stężenie średnie mniejsze.

W pliku „dane10”, oprócz zmniejszenia wielkości $S = 125 \text{ m}$ i $b = 28 \text{ m}$, zmniejszono szerokość pasa wprowadzanych zanieczyszczeń $2L$ do połowy ($L = 10 \text{ m}$). Dla takich danych czas końcowy dla obu metod był jednakowy.

Wszystkie wykresy i wartości były podobne do wykresów otrzymanych dla danych „dane1”. Zmiana tych trzech wartości spowodowała jednak znaczne skrócenie czasu osiągnięcia żadanego wyrównania prawie 4-krotnie.

Sprawdzono także, jak zachowują się wykresy uzyskane dla obu metod po dostatecznie długim czasie. W pliku danych „dane11” zmniejszono wielkość v do wartości 0,25, aby obliczenia mogły przebiegać dostatecznie długo.

Otrzymane wykresy rozkładu stężeń (Rys. 6) znacznie zbliżyły się do siebie. Różnice stężeń spadły, dalej jednak dało się zauważyć tendencję linii dla różnic. Przy brzegu, blisko którego nastąpiło wprowadzenie, różnica stężeń była większa niż przy drugim brzegu. Wystąpiły już dwa miejsca zerowe, w momencie gdy wykresy dla obu metod przecinają się. W porównaniu z wynikami z „dane1” zauważono, że po dostatecznie długim czasie nastąpiło przesunięcie ekstremum stężeń w metodzie Bielskiego do bliższego brzegu lewego.

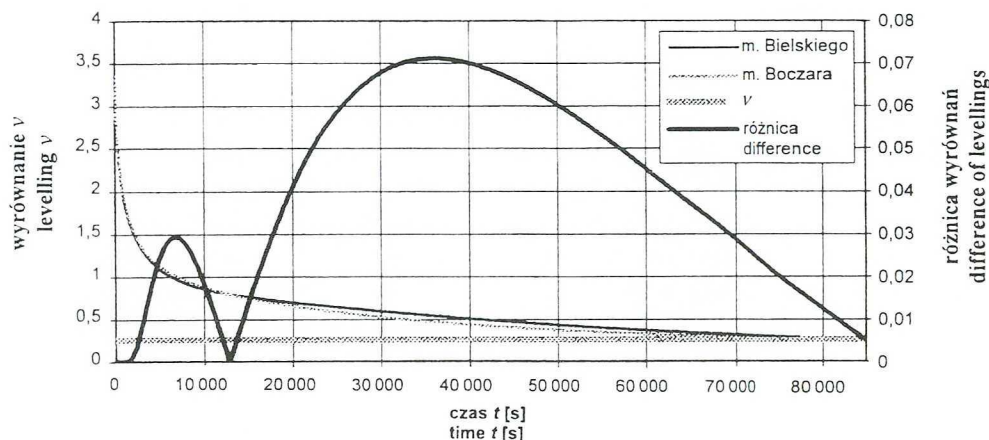


Rys. 6. Wykresy stężeń dla czasu 84 800,1 s (dane11)
Graphs of concentrations for time 84 800.1 s (dane11)

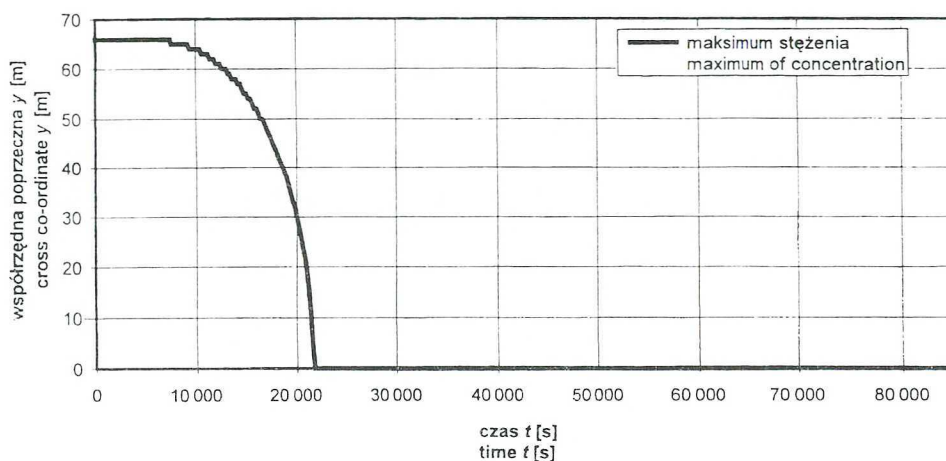
Kolejna grupa wykresów prezentuje różnice między wartościami wyrównania rozkładu stężeń po czasie dla obu metod. Analizując różnice dla wykresów wyrównania (Rys. 7), zauważono tendencję, jakiej one ulegają.

Dla czasów początkowych wartości uzyskane dla obu metod pokrywały się. Następnie różnice rosły, osiągając maksimum. Ponownie malały, by znów przejść w tendencję wzrostową i następnie tendencję spadku po dostatecznie długim czasie. Od tej reguły odbiegły wykresy, gdy zanieczyszczenia wprowadzane były symetrycznie. Dla tego przypadku różnice od początku sukcesywnie rosły, ale przyrosty te były bardzo małe. Ogólnie można zauważyć, że różnice między wartościami dla obu metod są niewielkie i mieszczą się w granicach od 0 do 0,07 dla analizowanych danych.

Ostatni wykres (Rys. 8) przedstawia przesuwanie się maksimum stężenia po szerokości dla metody Bielskiego. Dane uzyskano na podstawie „dane11”. Od



Rys. 7. Wykresy wyrównania rozkładu stężeń po czasie (dane11)
Graphs of levellings of concentration distribution after time (dane11)



Rys. 8. Wykres przesuwania się maksimum stężeń w metodzie Bielskiego (dane11)
Graphs of shifting of the maximum concentration in the Bielski's method (dane11)

momentu wprowadzenia zanieczyszczeń ($t = 0,1$ s) do czasu ok. 7 400,1 s maksymalne stężenie znajdowało się w stałej odległości 66 m od lewego brzegu. Od czasu 7 600,1 s zaczynało się ono powoli przesuwać w kierunku lewego brzegu. Dla czasu 16 000,1 s spadek odległości od brzegu po czasie wzrósł do 1 m na 200 s, a po osiągnięciu 19 000, do 2 m na 200 s. Lewy brzeg został osiągnięty przez wartość maksimum po czasie 21 800,1 s i od tego momentu nie zmieniał położenia.

Podsumowując można stwierdzić, że wyniki uzyskane dla obu metod różnią się między sobą. Różnice te uzależnione są od danych użytych do obliczeń. Istnieją dane, które dla obu metod dają podobne czasy, po których nastąpi wymagane wyrównanie stężeń po szerokości. Dla innych danych czasy te,

a więc i odległości wymaganego wymieszania od źródła zanieczyszczeń, różnią się znacznie. Pliki danych, przy wykorzystaniu których wystąpiły takie różnice, dotyczą zmiany szerokości wprowadzenia zanieczyszczeń, wprowadzenia ich przy brzegu i zmiany wartości v czyli wydłużenia czasu przeprowadzanych obliczeń. Różnice, jakie można zauważyć, dotyczą m.in. kształtu rozkładu stężeń przy brzegu. Jest to związane z założeniami dotyczącymi obu metod. W metodzie Bielskiego istnieje założenie, że gradient stężeń po szerokości dla dowolnej chwili czasu na brzegu, czyli dla $y = 0$ i $y = S$, wynosi 0. Takie założenie nie występuje w przypadku metody Boczara. Natomiast w metodzie tej istnieje założenie stałości położenia maksimum stężeń w połowie szerokości wprowadzanych zanieczyszczeń. Takiego założenia nie ma w metodzie Bielskiego i rysunek 8 wyraźnie pokazuje, że maksimum przesuwa się do brzegu. Właśnie takie zachowanie dla maksimum wydaje się być prawidłowe, wziąwszy pod uwagę zachowanie się zanieczyszczeń w rzekach rzeczywistych. Stwierdzono także, że nie bez znaczenia dla czasu mieszania dla obu metod jest miejsce wprowadzenia zanieczyszczeń, a optymalnym rozwiązaniem, z uwagi na skrócenie czasu osiągnięcia wymaganego wyrównania, jest wprowadzenie symetryczne względem osi podłużnej rzeki. Również wartość współczynnika dyspersji poprzecznej D_y ma wpływ na wynik końcowy. Dla większych wartości występuje przyspieszenie mieszania. Wpływ na czas ma także stosunek szerokości wprowadzonych zanieczyszczeń $2L$ do szerokości rzeki S . Im ten stosunek jest większy, tym wymieszanie następuje szybciej. Na tej podstawie można stwierdzić, że w praktyce zalecane byłoby wprowadzanie zanieczyszczeń symetrycznie i w możliwie jak największym pasie po szerokości rzeki. Jest sprawą oczywistą, że kłopotliwe byłoby wprowadzanie zanieczyszczeń w osi rzeki, chociaż takie rozwiązanie nie jest niemożliwe, ponieważ powodowałoby zamulanie rurociągu doprowadzającego. W związku z tym konieczne staje się brzegowe wprowadzanie ścieków, ale przy takim rozwiązaniu należy dążyć do tego, aby prędkość dopływu była w miarę możliwości wysoka, ponieważ w takim wypadku utworzy się możliwie najszerszy pas zanieczyszczeń w rzece. Zanieczyszczenia mogą jednak pojawić w pewnym oddaleniu od brzegu. Sytuacja taka może wystąpić przy wypływie substancji z obiektów pływających, rurociągów, przy spływie z powierzchni mostów. Obliczanie transportu zanieczyszczeń w takich przypadkach może być prowadzone za pomocą równania (15). Problem wstępnego mieszania strumienia zanieczyszczeń z wodą rzeki jest zagadnieniem odrębnym. Należy zaznaczyć, że szerokość pasa zanieczyszczeń $2L$ zależy nie tylko od szerokości kolektora usytuowanego na brzegu, ale również od parametrów hydraulicznych dopływu, geometrii kolektora i koryta rzeki itp. Nie należy w związku z tym bezpośrednio utożsamiać szerokości $2L$ z szerokością kolektora lub wymiarami rurociągu, z wyjątkiem szczególnych przypadków odprowadzania zanieczyszczeń w pewnym oddaleniu od brzegu rzeki. Metoda określania szerokości pasa zanieczyszczeń w rzece w pobliżu kolektora lub rurociągu będzie przedmiotem rozważań w odrębnej pracy.

OZNACZENIA
SYMBOLS

- b — odległość od brzegu rzeki do źródła zanieczyszczeń w kierunku y [m]
— distance from the river bank to the source of pollutants in the direction y [m]
- c — stężenie zanieczyszczeń w punkcie określonym współrzędnymi x, y, z [g/m^3]
— concentration of pollutants at the point determined by coordinates x, y, z [g/m^3]
- c_0 — stężenie zanieczyszczeń w przekroju początkowym [g/m^3]
— concentration of pollutants in the initial cross section [g/m^3]
- c_s, c_{sc} — koncentracja zanieczyszczeń w ściekach wprowadzonych do rzeki [g/m^3]
— concentration of pollutants in sewage disposed to the river [g/m^3]
- \bar{c} — wartość średnia stężenia zanieczyszczeń [g/m^3]
— mean value of concentration of pollutants [g/m^3]
- D_x, D_y, D_z — suma współczynników dyfuzji burzliwej i molekularnej w kierunkach: x, y, z [m^2/s]
— sum of the coefficients of turbulent and molecular diffusion in the directions: x, y, z [m^2/s]
- h, H, H_{sr} — głębokość rzeki, średnia głębokość rzeki [m]
— depth of the river, mean value of the river depth [m]
- $2L$ — szerokość strefy dopływających zanieczyszczeń [m]
— width of zone of inflow of pollutants [m]
- m — liczba elementów Δy , na które dzieli się szerokość rzeki S
— number of the element Δy , into which the river width S is divided
- n — stopień rozcieńczenia
— degree of dilution
- O — odległość od wylotu kanalizacyjnego do rozpatrywanego miejsca, mierzona wzdłuż nurtu rzeki [m]
— distance from the outfall to the point under consideration measured along the midstream [m]
- Q_{rz} — natężenie przepływu wody w rzece [m^3/s]
— flow rate of the river [m^3/s]
- Q'_{rz} — natężenie przepływu tej części wody rzecznej, która zmieszała się ze ściekami w danym przekroju [m^3/s]
— flow rate of that part of the river water, which became mixed with sewage in the given cross section [m^3/s]
- Q_s, Q_{sc} — natężenie przepływu wprowadzanych do rzeki zanieczyszczeń, natężenie wypływu indykatora o stężeniu c_{sc} [m^3/s]
— flow rate of the pollutants disposed to the river, outflow of indicator of the concentration c_{sc} [m^3/s]

$R(c)$	– szybkość zaniku lub syntezy substancji $[g/(m^3s)]$ – rate of decay or synthesis of substance $[g/(m^3s)]$
S	– szerokość rzeki $[m]$ – width of the river $[m]$
t	– czas $[s]$ – time $[s]$
v, v_{sr}	– średnia prędkość przepływu w przekroju rzeki w kierunku osi x $[m/s]$ – mean flow rate in the river cross section in the direction of the x axis $[m/s]$
v_x, v_y, v_z	– składowe prędkości przepływu w kierunkach x, y, z $[m/s]$ – components of the flow velocity in the directions x, y, z $[m/s]$
x	– współrzędna pozioma w kierunku przepływu rzeki $[m]$ – horizontal co-ordinate in the direction of the river flow $[m]$
y	– współrzędna pozioma w kierunku prostopadłym do osi x $[m]$ – horizontal co-ordinate in the direction perpendicular to the x axis $[m]$
y_0	– współrzędna położenia wypływu punktowego $[m]$ – co-ordinate of the position of the point outflow $[m]$
z	– współrzędna pionowa $[m]$ – vertical co-ordinate $[m]$
γ	– stopień zmieszania się wody rzecznej ze ściekami – degree of mixing of the river water with the sewage
ν	– stopień wyrównania stężeń – degree of levelling of concentrations
σ	– odchylenie od średniej wartości stężenia $[g/m^3]$ – deviation from the mean value of concentration $[g/m^3]$

LITERATURA

- [1] Bartoszewski K., E. Kempa, R. Szpadt: *Systemy oczyszczania ścieków*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1983.
- [2] Błaszczyk W., M. Roman, H. Stomatello: *Kanalizacja*, t. 2, Arkady, Warszawa 1974.
- [3] Boczar J.: *Obliczenia rozprzestrzeniania zanieczyszczeń przy nieustalonym przepływie w rzece poniżej stopnia piętrzącego*, Rozprawy Hydrotechniczne, **45**, (1983).
- [4] Boczar J.: *Wzory służące do modelowania procesu rozprzestrzeniania i przekształcania zanieczyszczeń w rzekach*, Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej, **148**, Instytut Inżynierii Wodnej, Politechnika Szczecińska, Szczecin 1980.
- [5] Bronsztejn I.N., K.A. Siemiendajew: *Matematyka. Poradnik encyklopedyczny*, PWN, Warszawa 1976.
- [6] Cywiński B., S. Gdula, E. Kempa, J. Kurbiel, H. Płoszański: *Oczyszczanie ścieków*, t. 1, Arkady, Warszawa 1983.
- [7] Czernuszenko W.: *Rozprzestrzenianie się zanieczyszczeń w rzekach i kanałach*, Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Warszawa 1983.
- [8] Czernuszenko W.: *Naturalne mieszanie w rzekach*, Archiwum Hydrotechniki, **1–2**, (1986).

- [9] Druet C.: *Dynamika stratyfikowanego oceanu*, PWN, Warszawa 1994.
- [10] Harden T.O., H.T. Shen: *Numerical Simulation of Mixing in Natural Rivers*, Journal of the Hydraulics Division, **105**, (1979).
- [11] Kębłowski Z., S. Michałowski, G. Strumiłło, R. Zarzycki: *Podstawy teoretyczne inżynierii chemicznej i procesowej*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1985.
- [12] Korn G.A., T.M. Korn: *Matematyka dla pracowników naukowych i inżynierów. Część II*, PWN, Warszawa 1983.
- [13] Li S.: *A Programming Model for River Quality Managment under Transverse Mixing*, Water Science & Technology, **26**, 78 (1992).
- [14] Meyer W.: *Transverse Mixing in The Mobile River, Alabama*, Journal of Research of U.S. Geological Survey, **5**, 1 (1997).
- [15] Pohorecki R., S. Wroński: *Kinetyka i termodynamika procesów inżynierii chemicznej*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1977.
- [16] *Razrabotka metodow prognozirowania kaciestwa wody wodnych obiektow pri sbrosje w nich stočnych wod*, Izdatjelskij Adtieł Uprawlienija Diełami Siekrietariata SEW (Sowjet Ekonomiczkiej Wzaimopomości), Moskwa 1979.
- [17] Roman M.: *Kanalizacja. Oczyszczanie ścieków*, t. 2, Arkady, Warszawa 1986.
- [18] Szarawara J., J. Skrzypek: *Podstawy inżynierii reaktorów chemicznych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1980.
- [19] Webel G., M. Schatzmann: *Turbulente Quervermischung in Ausbreitungsmodellversuchen*, Wasserwirtschaft, **73**, 5 (1983).

Wpłynęło: 26 listopada 1999, zaakceptowano do druku: 10 lipca 2000.