

Wiktoria Wróblewska

Instytut Statystyki i Demografii
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie
wwrobl@sgh.waw.pl

POMIAR DYSPERSJI WIEKU
W MOMENCIE ZGONU.
PRZYCZYNEK DO ANALIZY KOMPRESJI
UMIERALNOŚCI W POLSCE

WPROWADZENIE

Zachodzące zmiany w umieralności według wieku oraz systematycznie notowane wydłużanie trwania życia w krajach zachodnich w drugiej połowie XX wieku spowodowało zainteresowanie demografów szerszym pomiarem zachodzących procesów. W analizach zwracano uwagę na różne aspekty tych przemian, w tym obserwowane wraz ze wzrostem parametru e_0 zawężanie przedziału wieku, na który przypada największe natężenie zgonów oraz ich przesunięcie na coraz starsze grupy wieku (Kannisto 2001, Cheung i in. 2005, Edwards i Tuljapurka 2005, Vaupel i in. 2011). Zmiany w natężeniu zgonów według wieku oraz ich koncentracja w wieku późnej starości połączona z rektangularyzacją krzywej przeżycia dały podstawy do sformułowania koncepcji kompresji umieralności (Fries 1980, 1989, Wilmoth i Horiuchi 1999). Przez kompresję umieralności rozumie się zmniejszenie zróżnicowania wieku w momencie zgonu w populacji oraz skupienie zgonów wokół wartości odpowiadających naturalnym granicom trwania życia w populacji. Procesowi temu towarzyszy także znaczny spadek umieralności przedwczesnej oraz powodowanej przyczynami egzogennymi. W krajach z wysokimi parametrami średniego trwania życia (e_0) przeważają zgony powiązane z procesem starzenia się, a występująca dyspersja wieku zgonu wyjaśniania jest w znacznym stopniu czynnikami genetycznymi (Cheung i Robine 2007, Cheung i in. 2009).

Kompresja umieralności, widoczna w zmniejszeniu się różnic wieku osób zmarłych jest zjawiskiem pozytywnym i łączona jest z wyrównywaniem szans życiowych (Edwards i Tuljapurkar 2005, Cheung i Robine 2007, Shkolnikov i in. 2011). Występowanie natomiast znacznych różnic wieku w momencie zgonu jest trakto-

Wiktoria Wróblewska

wane jako wskaźnik nierówności w obliczu śmierci i może przekładać się na występowanie zwiększonej niepewności wszelkich analiz w zakresie długości życia, które są ważne, m.in., dla systemu emerytalnego i ubezpieczeń społecznych. Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu jest więc ważnym elementem analizy przemian demograficznych, które mają szersze znaczenie społeczne i ekonomiczne.

Celem artykułu jest zaprezentowanie miar stosowanych w analizie zróżnicowania wieku w momencie zgonu wyznaczanych na podstawie tablic trwania życia oraz ich oszacowanie i analiza dla Polski w odniesieniu do procesu kompresji umieralności.

Analizą objęto następujące miary i wskaźniki: krzywą Lorenza i współczynnik koncentracji, absolutny wskaźnik koncentracji (AID), normalne trwanie życia (M), odchylenie standardowe powyżej modalnej ($SD(M+)$), rozstęp kwartylowy (IQR), utracone lata życia (e_0^+) i wskaźnik entropii tablic trwania życia ($Keyfiz H$).

Do analizy empirycznej wykorzystano przekrojowe tablice trwania życia dla Polski dla lat 1958–2014 pochodzące z międzynarodowej bazy danych *The Human Mortality Database* (HMD) opracowanej przez Departament Demografii Uniwersytetu w Kalifornii, Berkeley (USA) oraz Instytut Maxa Plancka Badań Demograficznych w Rostoku (MPIDR, Niemcy)¹.

OPIS MIAR I WYNIKI ANALIZY

KRZYWA LORENZA, WSPÓŁCZYNNIK KONCENTRACJI I ABSOLUTNY WSPÓŁCZYNNIK KONCENTRACJI

Współczynnik koncentracji jest narzędziem stosowanym do pomiaru nierówności społecznych i ekonomicznych, a jego prezentacją graficzną jest krzywa koncentracji Lorenza. Miary te zostały zaadaptowane do analizy nierówności w zdrowiu (zob. Wagstaff i in. 1991). Konstrukcja współczynnika koncentracji i krzywej Lorenza jako mierników zróżnicowania wieku w momencie zgonu opiera się na założeniu, że udział w ogólnym potencjale lat życia jest nierówno rozłożony na jednostki w populacji. Do wyznaczenia tych miar wykorzystuje się parametry tablic trwania życia. Krzywa Lorenza reprezentuje skumulowany udział w ogólnej liczbie przeżytych lat (Φ_x) jako funkcję skumulowanego udziału w populacji (F_x).

W pracy do wyznaczenia powyższych wartości wykorzystano dane dyskretne z pełnych tablic trwania życia i następujące wzory²:

¹ Baza danych wraz z protokołem metodycznym i dokumentacją dostępna jest na stronie: www.humanmortality.de.

² Wykorzystano formuły z pracy Shkolnikov i in. (2003).

 Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

$$F_x = \frac{\sum_{t=0}^{x-1} d_t}{\sum_{t=0}^{\omega-1} d_t} = 1 - \frac{l_x}{l_0},$$

$$\Phi_x = \frac{\sum_{t=0}^{x-1} d_t \cdot \bar{t}}{\sum_{t=0}^{\omega-1} d_t \cdot \bar{t}} = \frac{T_0 - (T_x + x \cdot l_x)}{T_0},$$

gdzie: x jest to wiek od 0 do ω , ω – najstarsza grupa wieku w tablicach trwania życia, \bar{t} – średni wiek w momencie zgonu osób zmarłych w wieku pomiędzy t i $t + 1$ lat, d_t – liczba osób zmarłych w ciągu roku w wieku t ukończonych lat, l_x – liczba osób dożywających wieku x , T_x – łączny fundusz lat do przeżycia osób w wieku x lat.

Współczynnik koncentracji, określane także jako indeks Giniego, wyznaczany jest jako połowa pola powierzchni pomiędzy krzywą koncentracji i przekątną, co z wykorzystaniem danych z tablic trwania życia prowadzi do wzoru:

$$G_0 = 1 - \sum_{x=0}^{\omega} (F_{x+1} - F_x)(\Phi_{x+1} - \Phi_x).$$

Współczynnik Giniego jest unormowaną miarą względną i przyjmuje wartości od 0 do 1. Gdyby wszyscy w populacji dożywali tego samego wieku wówczas krzywa pokrywałaby się z przekątną a współczynnik koncentracji byłby równy 0. Im większa wartość współczynnika Giniego tym większe zróżnicowanie wieku osób w momencie zgonu w populacji.

Poza powyższą formułą, są jeszcze inne równoważne sposoby wyznaczania wskaźnika Giniego, z których można podać następującą:

$$G_0 = \frac{1}{2 \cdot (l_0)^2 \cdot e_0} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j|,$$

gdzie: x_i i x_j oznaczają wiek poszczególnych osób w populacji w momencie zgonu, a l_0 i e_0 – parametry tablic trwania życia. Formuła ta lepiej przybliży interpretację tego indeksu jako średniej różnicy pomiędzy długością życia poszczególnych osób w populacji (losowo wybranych dwóch osób).

Na podstawie współczynnika koncentracji wyznacza się absolutny wskaźnik koncentracji (*AID*) jako iloczyn wskaźnika Giniego (G_0) oraz średniego trwania życia (e_0). Wskaźnik *AID* jest miarą dyspersji wieku osób w momencie zgonu w populacji, który określa średnie zróżnicowanie wieku w momencie zgonu. Jest to średnia indywidualnych różnic wieku zgonu w populacji wyrażona w latach życia.

Tabela 1. Współczynnik koncentracji, absolutny współczynnik koncentracji, wartość modalna, kwartyły i rozstęp kwartyłowy wieku zgonu w Polsce w latach 1958–2014
 Table 1. Gini coefficient (G), average inter-individual difference in age at death (AID), modal age, inter-quartile range and quartiles for males and females in Poland in 1958–2014

Lata/ Years	AID (w latach/ in years)		Współczynnik G/ Gini coefficient G		Wartość modalna/ Modal age			Różnica/ Difference	Q1	Q3	IQR	Q1	Q3	IQR
	Mężczyźni/ Males	Kobiety/ Females	Mężczyźni/ Males	Kobiety/ Females	Mężczyźni/ Males	Kobiety/ Females	Mężczyźni/ Males							
1958	12,49	11,38	0,198	0,166	76,37	79,63	3,26	61,94	79,93	17,99	67,76	83,38	15,62	
1959	12,32	11,29	0,197	0,165	78,07	80,75	2,68	61,63	79,23	17,60	67,74	83,03	15,28	
1960	10,92	10,51	0,168	0,149	78,40	80,97	2,56	62,47	80,31	17,84	68,66	84,11	15,45	
1961	11,40	11,84	0,177	0,167	77,40	81,62	4,22	62,36	80,11	17,74	68,82	84,13	15,32	
1962	11,62	10,22	0,179	0,145	78,53	79,54	1,02	62,25	79,74	17,49	68,66	83,69	15,03	
1963	11,29	10,04	0,173	0,140	76,51	80,49	3,98	62,54	80,38	17,84	69,04	84,44	15,41	
1964	10,92	9,79	0,166	0,137	77,43	80,75	3,32	62,89	80,12	17,23	69,22	84,19	14,97	
1965	10,68	9,50	0,161	0,131	74,16	81,54	7,38	63,07	80,44	17,38	69,45	84,51	15,06	
1966	10,60	9,36	0,159	0,128	75,32	80,51	5,20	63,09	80,59	17,50	69,75	84,80	15,05	
1967	10,48	9,15	0,158	0,126	76,45	81,56	5,10	62,64	80,15	17,51	69,73	84,32	14,59	
1968	10,35	9,06	0,155	0,124	77,13	82,46	5,32	62,74	80,44	17,70	69,96	84,95	14,99	
1969	10,27	9,03	0,155	0,124	75,40	81,26	5,86	62,30	79,74	17,44	69,67	84,46	14,79	
1970	10,30	8,97	0,155	0,123	76,32	82,27	5,94	62,47	79,80	17,33	70,04	84,50	14,46	
1971	10,04	8,78	0,152	0,120	75,20	79,81	4,61	61,97	78,96	16,99	69,81	84,31	14,50	
1972	10,12	8,67	0,150	0,117	78,16	81,66	3,51	62,72	80,48	17,77	70,61	85,19	14,58	
1973	9,94	8,49	0,148	0,114	74,63	79,54	4,92	62,39	80,01	17,61	70,59	85,14	14,55	
1974	9,74	8,36	0,144	0,112	77,18	80,53	3,35	62,72	80,40	17,68	70,72	85,35	14,63	
1975	9,93	8,41	0,148	0,112	75,65	81,29	5,64	61,90	79,91	18,01	70,60	84,99	14,39	
1976	9,91	8,36	0,148	0,112	77,42	83,10	5,68	61,14	79,79	18,65	70,58	85,19	14,61	
1977	10,03	8,45	0,151	0,113	75,40	81,48	6,08	60,83	79,73	18,90	70,57	85,34	14,77	
1978	9,92	8,31	0,149	0,111	76,36	81,66	5,29	60,53	79,43	18,90	70,57	85,13	14,56	
1979	9,90	8,29	0,148	0,111	75,52	81,67	6,16	60,64	79,78	19,14	70,71	85,46	14,74	
1980	9,86	8,22	0,149	0,110	76,81	80,65	3,84	59,71	79,04	19,33	70,27	84,94	14,67	
1981	9,79	8,29	0,146	0,110	74,58	81,33	6,75	60,82	79,98	19,16	70,79	85,80	15,01	
1982	9,76	8,32	0,145	0,111	78,15	82,36	4,21	60,98	80,09	19,12	70,76	85,85	15,09	

Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

1983	9,70	8,18	0,145	0,109	76,56	83,17	6,61	60,55	79,82	19,27	70,69	85,60	14,91
1984	9,62	8,11	0,144	0,108	75,91	82,58	6,68	60,02	79,62	19,60	70,42	85,30	14,88
1985	9,47	8,01	0,142	0,107	78,34	82,25	6,90	59,73	79,09	19,36	70,09	85,06	14,98
1986	9,42	7,98	0,141	0,106	75,71	82,51	6,80	59,83	79,28	19,46	70,27	85,30	15,03
1987	9,40	7,99	0,141	0,106	75,67	82,34	6,66	59,87	79,30	19,44	70,19	85,41	15,23
1988	9,43	8,02	0,141	0,106	73,55	83,42	9,87	60,05	79,60	19,55	70,48	85,81	15,33
1989	9,57	8,04	0,143	0,107	77,45	83,22	5,77	59,52	79,50	19,98	70,36	85,75	15,39
1990	9,74	8,20	0,147	0,109	75,68	83,44	7,76	59,20	79,27	20,07	70,42	85,83	15,41
1991	9,70	8,14	0,147	0,108	76,74	83,14	6,41	58,53	78,88	20,35	70,25	85,55	15,30
1992	9,62	8,07	0,145	0,107	77,70	83,65	5,94	59,02	79,36	20,34	70,68	85,89	15,21
1993	9,35	7,85	0,139	0,104	78,55	84,21	5,66	59,94	79,60	19,67	71,03	85,91	14,89
1994	9,37	7,87	0,139	0,103	74,54	82,76	8,22	60,12	79,94	19,82	71,27	86,19	14,92
1995	9,30	7,73	0,138	0,101	75,46	83,46	8,00	59,94	80,04	20,10	71,43	86,38	14,95
1996	9,13	7,61	0,134	0,099	76,47	83,52	7,05	60,52	80,22	19,70	71,64	86,36	14,72
1997	9,11	7,54	0,133	0,098	77,43	82,67	5,23	60,56	80,50	19,94	71,85	86,65	14,80
1998	9,07	7,50	0,132	0,097	78,39	83,64	5,24	60,87	80,78	19,91	72,17	86,98	14,81
1999	9,01	7,45	0,131	0,096	79,41	84,57	5,16	60,86	80,63	19,77	72,29	87,03	14,74
2000	8,88	7,39	0,128	0,095	80,20	85,59	5,39	61,79	81,22	19,43	72,68	87,44	14,77
2001	8,85	7,36	0,126	0,094	81,41	86,43	5,03	62,13	81,70	19,57	73,09	87,76	14,66
2002	8,86	7,33	0,126	0,093	78,72	87,44	8,72	62,42	82,04	19,61	73,58	88,11	14,53
2003	8,75	7,23	0,124	0,092	79,48	83,53	4,05	62,58	82,09	19,51	73,68	88,17	14,49
2004	8,85	7,27	0,125	0,092	78,61	84,52	5,91	62,45	82,39	19,94	74,00	88,54	14,54
2005	8,86	7,26	0,125	0,092	79,46	85,44	5,97	62,44	82,56	20,12	74,17	88,63	14,47
2006	8,90	7,29	0,126	0,092	80,59	86,48	5,89	62,41	82,77	20,36	74,27	88,89	14,62
2007	8,91	7,28	0,126	0,091	81,33	87,26	5,93	62,43	82,83	20,40	74,34	88,97	14,63
2008	8,89	7,24	0,125	0,091	80,43	86,27	5,84	62,70	83,11	20,41	74,57	89,07	14,50
2009	8,78	7,20	0,123	0,090	81,33	86,27	4,94	63,11	83,24	20,13	74,73	89,14	14,41
2010	8,68	7,08	0,120	0,088	79,81	86,58	6,77	63,85	83,79	19,94	75,13	89,58	14,45
2011	8,72	7,10	0,120	0,088	81,43	87,49	5,79	64,15	84,20	20,05	75,35	89,90	14,55
2012	8,66	7,09	0,119	0,088	82,56	88,43	5,87	64,26	84,24	19,97	75,29	89,92	14,62
2013	8,59	7,06	0,116	0,087	82,31	87,57	5,26	64,73	84,49	19,75	75,42	90,01	14,59
2014	8,55	7,08	0,116	0,087	82,60	88,39	5,79	65,50	85,10	19,60	75,94	90,54	14,60

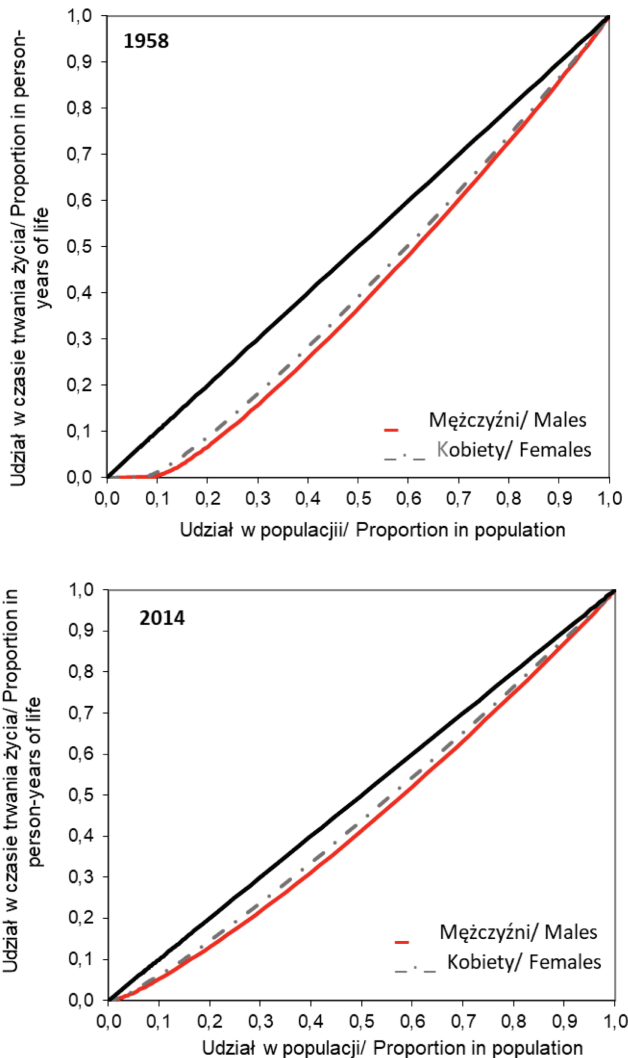
Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Human Mortality Database (2016).

Source: own estimates based on the Human Mortality Database (2016).

Wiktoria Wróblewska

W krajach, w których trwanie życia jest wysokie i zachodzi proces kompresji umieralności miary nierówności oparte na współczynniku koncentracji wykazują tendencję malejącą (Shkolnikov i in. 2003).

Wykres 1. Krzywe koncentracji wieku zgonu w Polsce w roku 1958 i 2014 według płci
 Figure 1. Lorenz curves for males and females population in Poland, 1958 and 2014



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych *Human Mortality Database* (2016).
 Source: own estimates based on the *Human Mortality Database* (2016).

Uzyskane wartości miar opartych na współczynniku koncentracji oraz prezentacje graficzne krzywych koncentracji wskazują na znaczne zmniejszenie zróżnicowa-

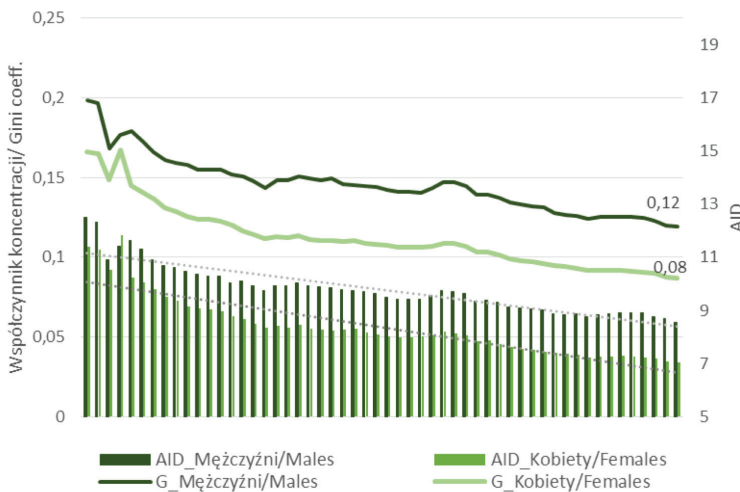
Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

nia wieku w momencie zgonu w Polsce w 2014 roku w porównaniu do 1958 roku (Wykres 1). W analizowanym okresie współczynnik Giniego obniżył się z poziomu 0,20 do 0,12 dla mężczyzn oraz z 0,17 do 0,08 dla kobiet (Tabela 1). Wyniki te oznaczają, że w 1958 roku przeciętna różnica wieku w momencie zgonu stanowiła 20% średniego trwania życia mężczyzn i 17% średniego trwania życia kobiet, a w 2014 roku było to odpowiednio 12% dla mężczyzn i 8% dla kobiet. Indywidualne różnice wieku zgonu mierzone za pomocą absolutnego współczynnika koncentracji (*AID*) zmniejszyły się w tym czasie z 12,5 lat do 8,6 lat dla mężczyzn oraz z 11,4 lat do 6,6 lat dla kobiet.

Analiza wartości współczynników koncentracji Giniego oraz absolutnego (*AID*) dla kolejnych lat wykazuje występowanie długich okresów stagnacji. Brak zmian zróżnicowania wieku zgonów jest widoczny od początku lat 1970. do 1990 roku, a także w latach późniejszych (dla mężczyzn). Wyraźne zmniejszenie współczynników koncentracji i różnic wieku w momencie zgonu w populacji można zaobserwować dopiero w ostatnich latach (Wykres 2).

Wykres 2. Współczynnik koncentracji (*G*) oraz średnie zróżnicowanie wieku zgonu (*AID*) mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 1958–2014

Figure 2. Gini coefficient (*G*) and average inter-individual difference in age at death (*AID*) for males and females in Poland in 1958–2014



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych *Human Mortality Database* (2016).

Source: own estimates based on the *Human Mortality Database* (2016).

NORMALNE TRWANIE ŻYCIA

Normalne trwanie życia to wiek, na który przypada największe natężenie zgonów w populacji. Jest to wiek, któremu w tablicach trwania życia odpowiada mak-

Wiktoria Wróblewska

symalna liczba zgonów i wyznacza się go jako dominantę w rozkładzie zgonów według wieku.

Konceptję normalnej długości trwania życia, jako wieku, do którego zasadniczo powinien dożyć każdy w danych warunkach wymieralności, wprowadził do badań demograficznych już pod koniec XIX wieku Wilhelm Lexis. Wskazał on także na podobieństwo rozkładu wieku zgonów w populacji do krzywej normalnej Laplace'a-Gaussa o wartości oczekiwanej równej modalnej wieku i losowym rozłożeniu zgonów wokół tej wartości. Wyróżnia się przy tym zgony przedwczesne – wieku dziecięcego i dorosłego – wykraczające poza obszar objęty krzywą normalną, które zwiększają lewostronną asymetrię rozkładu empirycznego zgonów według wieku (Véron i Rohrbasser 2003)³.

Tradycyjnie krzywe obrazujące umieralność według wieku są dwumodalne, z jedną dominantą w wieku niemowlęcym i drugą w wieku starszym. Z tego względu wartość modalną do oceny długości życia wyznacza się z pominięciem umieralności w najmłodszych grupach wieku. Normalne trwanie życia oznacza więc typową (najczęściej występującą) w populacji osób dorosłych długość trwania życia. Miara ta jest uznanym wskaźnikiem w analizie umieralności. Poziom modalnej, w przeciwieństwie do parametru oczekiwanego trwania życia (e_0), nie zależy od umieralności niemowląt oraz umieralności przedwczesnej (Kannisto 2001, Cheung i Robine 2007, Canudas-Romo 2010). Wartość ta nie jest związana ustalonymi granicami wieku, co pozwala określać „starość” (*old age*) w sposób dynamiczny (Kannisto 2001). Modalna wieku zgonu osób dorosłych jest wykorzystywana w badaniach dotyczących procesu starzenia się oraz w analizie natężenia zgonów związanych z późną umieralnością, tzn. odpowiadających procesowi starzenia się (Cheung i in. 2005, Cheung i Robine 2007, Canudas-Romo 2008, Horiuchi i in. 2013).

Normalne trwanie życia (M) jest wyznaczane na podstawie tablic wymieralności. W pracy do obliczenia wartości modalnej zastosowano wzór interpolacyjny, w którym wykorzystuje się liczby zgonów (d_x) w wieku x , na który przypada maksimum tej liczby w tablicach trwania życia:

$$M = x + \frac{(d_x - d_{x-1})}{(d_x - d_{x-1}) + (d_x - d_{x+1})}$$

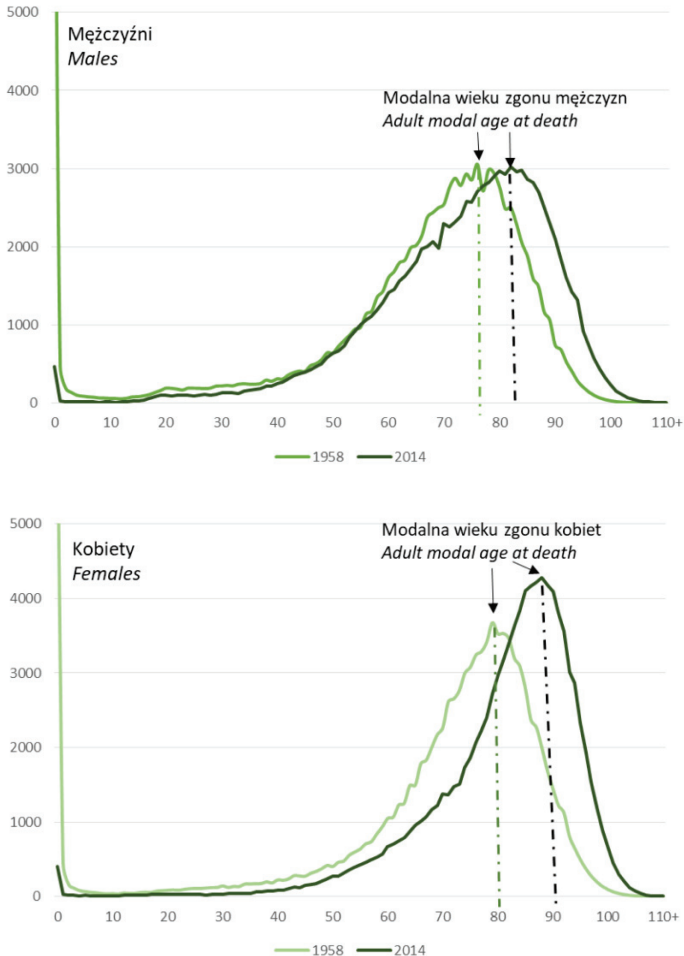
Rozkład zgonów według wieku w Polsce w analizowanym okresie wskazuje na przesuwanie się wartości modalnej na coraz starsze grupy wieku (Wykres 3). Dla kobiet zmiany te są większe niż dla mężczyzn i obejmują dwa wymiary krzywej

³ Analizy przeprowadzone dla wielu krajów potwierdzają zgodność rozkładu zgonów według wieku wokół wartości modalnej z rozkładem normalnym, z wyjątkiem bardzo zaawansowanego wieku w niektórych populacjach (Kannisto 2000). Umieralność poniżej wartości modalnej, ale w granicach krzywej normalnej, jest przyjmowana jako odpowiadająca późnej umieralności i działaniu czynników endogennych, natomiast pozostała część zgonów – jako umieralność przedwczesna, która nie jest związana z naturalnym procesem starzenia się.

Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

zgonów, wymiar horyzontalny i wertykalny⁴. Wykres krzywej zgonów według wieku dla kobiet w 2014 roku ma nie tylko większą wartość maksimum niż w 1958 roku, ale jest także bardziej smukły. Dla mężczyzn natomiast można zaobserwować przesunięcie modalnej w wymiarze horyzontalnym, ale bez zmiany kształtu samej krzywej.

Wykres 3. Krzywe zgonów według wieku i modalna wieku zgonu w Polsce w roku 1958 i 2014
 Figure 3. Life table distribution of age at death and modal age at death for males and females in Poland, 1958 and 2014



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych *Human Mortality Database* (2016).
 Source: own estimates based on the *Human Mortality Database* (2016).

⁴ Wyróżnia się zasadniczo trzy wymiary krzywej charakteryzującej rozkład zgonów według wieku: horyzontalny, wertykalny i wymiar dotyczący rozciągnięcia długowieczności (*longevity extension*), który dotyczy natężenia zgonów w najstarszych grupach wieku w zakresie najwyższych wartości trwania życia w populacji (Cheung i in. 2005).

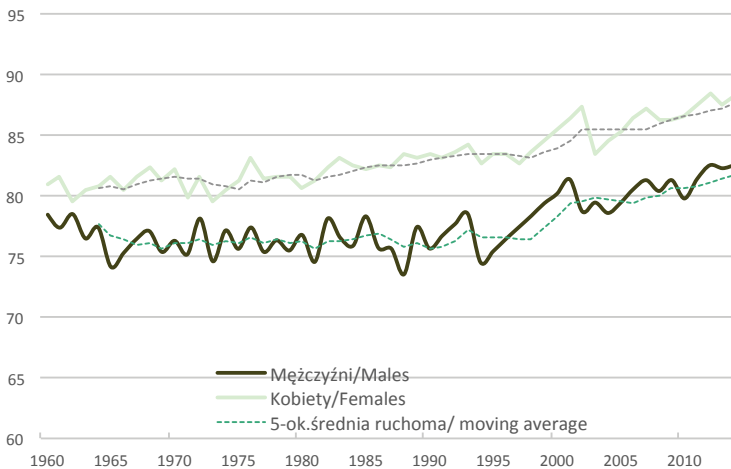
Wiktoria Wróblewska

Zaobserwowane zmiany w wymiarze wertykalnym krzywej umieralności kobiet mogą świadczyć o redukcji dyspersji wieku zgonu kobiet oraz ich koncentracji wokół normalnego trwania życia. Są to zmiany odpowiadające zachodzeniu procesu kompresji umieralności i były obserwowane w innych krajach, które doświadczyły wcześniej tego procesu. (Kannisto 2001, Robine 2001, Cheung i in. 2005, Cheung i Robine 2007, Thatcher i in. 2010).

Normalne trwanie życia w Polsce określone na podstawie wieku, na który przypada najwięcej zgonów wśród osób dorosłych wzrosło z poziomu blisko 75 lat dla mężczyzn i 80 lat dla kobiet na początku lat 1960. do odpowiednio 82 lat i blisko 88 lat na początku drugiej dekady XXI wieku. Jednakże, przez wiele lat, wartość modalna wieku zgonów mężczyzn charakteryzowała się wyraźną stagnacją, a nawet spadkiem w latach 1960. Jeszcze w pierwszej połowie lat 1990. normalne trwanie życia mężczyzn było na poziomie obserwowanym pod koniec lat 1950. Modalna wieku kobiet zaczęła wykazywać systematyczny wzrost od 1981 roku. Znaczne przyspieszenie tempa wzrostu normalnego trwania życia, zarówno kobiet jak i mężczyzn, nastąpiło od 1995 roku. Warto zauważyć, że normalne trwanie życia mężczyzn osiągnęło wartość 80 lat dopiero w 2000 roku, podczas gdy dla kobiet niemal w całym analizowanym okresie była powyżej 80 lat.

Wykres 4. Normalne trwanie życia mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 1958–2014

Figure 4. Modal age at death for males and females in Poland in 1960–2014



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych *Human Mortality Database* (2016).

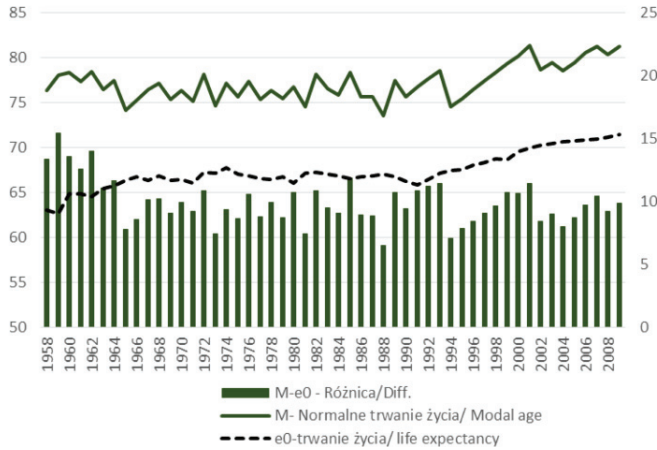
Source: own estimates based on the *Human Mortality Database* (2016).

Interesujące jest porównanie kształtowania się wartości normalnego trwania życia (M) z oczekiwanym trwaniem życia (e_0). Najczęstszy wiek w momencie zgonu oraz oczekiwane trwania życia wykazują podobny przebieg w czasie (Wykres 5). W całym okresie modalna wieku zgonów jest wyższa od wartości parametru e_0 ,

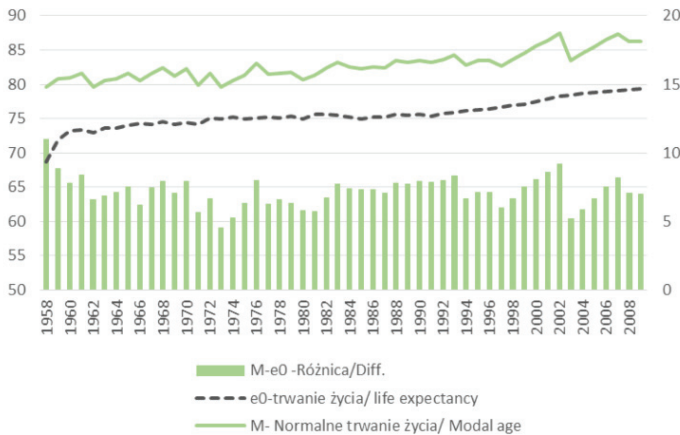
Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

Wykres 5. Normalne i oczekiwane trwanie życia mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 1958–2014
 Figure 5. Modal age at death and life expectancy for males and females in Poland in 1958–2014

A. Mężczyźni / Males



B. Kobiety/ Females



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych *Human Mortality Database* (2016).
 Source: own estimates based on the *Human Mortality Database* (2016).

a różnice pomiędzy tymi parametrami są większe dla mężczyzn niż kobiet i wahają się odpowiednio od blisko 8 lat do 15 lat dla mężczyzn i od 5 lat do 10 lat dla kobiet. Widoczne różnice w wartościach analizowanych parametrów, modalnej wieku zgonu osób dorosłych oraz średniego trwania życia noworodka, wynikają z innego charakteru tych miar, z których jedna jest miarą pozycyjną i zależy od umieralności w grupach starszych, a druga obejmuje pełny zakres wieku osób zmarłych. W szczególności, na parametr e_0 ma wpływ umieralność w wieku niemowlęcym oraz umieralność przedwczesna. Przykładem tej relacji może być odnotowany wzrost

Wiktoria Wróblewska

trwania życia w Polsce w latach 1960. i brak wyraźnego wzrostu wartości modalnej w tym czasie. Jak wykazują inne badania, oczekiwane trwanie życia w Polsce w tym okresie wzrastało głównie w związku ze spadkiem umieralności niemowląt, przy nieznacznych zmianach w umieralności osób starszych (Wróblewska 2006).

Różnice w wartościach normalnego i średniego trwania życia w Polsce wykazują znaczne wahania w czasie, przy czym można zaobserwować pewną cykliczność tych wahań. Na początku lat 1990., gdy rejestrowany był wzrost trwania życia, obserwuje się zmniejszenie różnicy tych parametrów. Zmiany w umieralności w tym czasie, które zachodziły w młodszych grupach wieku oraz w wieku średnim, wpłynęły na wzrost parametru e_0 , ale nie miały wpływu na wartość modalnej. W efekcie, różnica pomiędzy analizowanymi parametrami zmalała. Następnie jednak, w związku z poprawą umieralności w starszych grupach wieku, nastąpiło przesunięcie wartości modalnej i ponowny wzrost różnicy. Od 2002 roku (dla mężczyzn) i 2003 roku (dla kobiet) notowany jest kolejny spadek różnicy pomiędzy średnim i normalnym trwaniem życia, a następnie wzrost wynikający ze wzrostu wartości modalnej, który poprzedza wzrost parametru e_0 .

ODCHYLENIE STANDARDOWE WIEKU ZGONU POWYŻEJ NORMALNEGO TRWANIA ŻYCIA

Miarą, która bezpośrednio jest stosowana do pomiaru procesu kompresji umieralności osób starszych jest odchylenie standardowe wieku zgonu powyżej wartości modalnej. Miara ta, oznaczana jako $SD(M_+)$, określa zróżnicowanie wieku osób, które dożyły wieku co najmniej modalnego. Odchylenie standardowe wieku zgonu powyżej normalnego trwania życia w Polsce zostało wyznaczone punktowo (w odstępach pięcioletnich) według następującego wzoru⁵:

$$SDM(M_+) = \sqrt{\frac{\sum_{i=M}^{\omega} (\bar{t}_i - M)^2 \cdot d_i}{l_M}}$$

gdzie: i to wiek od M do ω , \bar{t}_i – średni wiek w momencie zgonu osób zmarłych w wieku pomiędzy t i $t + 1$ lat, d_i – liczba osób zmarłych w ciągu roku w wieku i ukończonych lat, l_M – liczba osób dożywających wieku modalnego M .

⁵ W literaturze można znaleźć przykłady także innego sposobu szacowania zróżnicowania wieku w momencie zgonu w populacji z zastosowaniem odchylenia standardowego. Na przykład, wyznacza się zróżnicowanie wieku zgonu w relacji do oczekiwanego trwania życia osób w wieku x lat (e_x) (Edwards i Tuljapurka 2005, Soja 2012). E. Soja do oceny homogeniczności przemian w umieralności w krajach Europy Zachodniej i Środkowo-Wschodniej wykorzystwała odchylenie standardowe wieku w chwili zgonu osób, które dożyły 10 roku życia (Soja 2012).

Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

W procesie kompresji umieralności wzrostowi normalnego trwania życia towarzyszy zmniejszenie dyspersji wieku zgonu osób powyżej modalnej (Kannisto 2001). Wyniki te zostały potwierdzone także w późniejszych badaniach (Cheung i in. 2005, Cheung i in. 2009, Cheung i Robine 2007).

W tabeli 2, obok wyników oszacowania $SD(M_+)$, przedstawiono dane o oczekiwanym trwaniu życia mężczyzn i kobiet w Polsce dla wieku modalnego (e_M) oraz dwie wartości teoretyczne wieku, które mogą odpowiadać maksymalnej wartości trwania życia w populacji w danych warunkach wymieralności i granicy wieku dla zgonów przedwczesnych. Wartości te zostały wyznaczone przy założeniu normalności rozkładu zgonów wokół modalnej odpowiednio, jako cztery odchylenia standardowe w prawo ($M+4*SD(M_+)$) oraz jedno odchylenie standardowe w lewo od wartości modalnej wieku ($M-SD(M_+)$)⁶.

W rozważanych latach zróżnicowanie wieku zgonu mężczyzn i kobiet w Polsce powyżej wieku normalnego charakteryzowało się wahaniami i nie wykazywało wyraźnej tendencji spadkowej. Odchylenie standardowe ($SD(M_+)$) było na poziomie 7,2–9,5 lat dla mężczyzn oraz 5,6–7,5 lat dla kobiet. Największe zróżnicowanie wieku zgonu powyżej modalnej dla mężczyzn notowano w połowie lat 1960. oraz 1990., a dla kobiet w 1980 roku. Wyniki obliczeń dla lat 2005, 2009 i 2014 mogą wskazywać na tendencję do zmniejszania się poziomu analizowanego parametru w ostatnich latach. Taki kierunek zmian byłby korzystny i oczekiwany w procesie kompresji umieralności. Jednakże stosunkowo wysoki poziom oszacowanego parametru, w szczególności dla mężczyzn, może świadczyć o znacznym opóźnieniu w zachodzeniu tego procesu.

Iloraz wartości $SD(M_+)$ – zróżnicowania wieku zgonu powyżej wieku normalnego trwania życia oraz e_M – wartości oczekiwanego trwania życia dla wieku modalnego dało relację bliską 1,21, podobną dla mężczyzn i kobiet. Wynik uzyskany dla Polski jest zbliżony do rezultatów uzyskanych dla innych krajów we wcześniejszych badaniach⁷.

Teoretyczne wartości maksymalnej długości trwania życia, uzyskane przy założeniu normalności rozkładu wieku zgonu powyżej modalnej, były na poziomie bliskim 110–112 lat i były zbliżone dla mężczyzn i kobiet. Natomiast teoretyczne granice wieku umieralności przedwczesnej, gdyby uznać poziom jednego odchylenia standardowego w lewo od normalnego trwania życia za wystarczająco dobry miernik takiej wartości, są zdecydowanie niższe dla mężczyzn. W latach 1990. zgo-

⁶ Podana wartość czterech odchyłeń standardowych w górę od wartości wieku modalnego została zaproponowana w pracy Cheung i in. (2005). Proponowane są także inne podejścia do sposobu oszacowania mnożnika dla liczby odchyłeń standardowych od modalnej w prawo i wyznaczenia teoretycznych maksymalnych granic trwania życia (Cheung i in. 2009).

⁷ W badaniach oczekiwanego trwania życia osób, które dożyły wieku modalnej (e_M) oraz poziomu odchylenia standardowego powyżej modalnej dla krajów zachodnich, zaobserwowano zachodzenie dość stałej relacji pomiędzy tymi dwoma parametrami. Była ona w przybliżeniu równej $\sqrt{\pi}$ (Kannisto 2001) oraz 1,233 (Thatcher i in. 2010). Pozwala to przyjmować oczekiwane trwanie życia osób w wieku M jako miernik (*proxy*) zróżnicowania trwania życia osób w wieku starszym (powyżej modalnej).

Wiktoria Wróblewska

nami przedwczesnymi byłyby zgony mężczyzn w wieku poniżej 66 lat, a na koniec analizowanego okresu, w 2014 roku, poniżej 75 lat. Dla kobiet najniższy poziom, który był odnotowany w 1980 roku, wynosił 73 lata, a w 2014 roku było to już blisko 83 lata.

Tabela 2. Zróżnicowanie wieku zgonu powyżej modalnej ($SD(M_+)$), oczekiwane trwanie życia osób, które dożyły wieku modalnego (e_M), maksymalne teoretyczne trwanie życia ($M+4*SD(M_+)$) i granica wieku umieralności przedwczesnej ($M-SD(M_+)$) w Polsce w latach 1958–2014 (wybrane lata)⁸

Table 2. Standard deviation above the modal age at death ($SD(M_+)$), life expectancy at age M (e_M), the longest normal life durations ($M+4*SD(M_+)$), and the threshold for premature death ($M-SD(M_+)$) in Poland in 1958–2014 (selected years)

Rok/ Year	SD(M_+)		e_M		M+4*SD(M_+)		M-SD(M_+)	
	Mężczyźni/ Males	Kobiety/ Females	Mężczyźni/ Males	Kobiety/ Females	Mężczyźni/ Males	Kobiety/ Females	Mężczyźni/ Males	Kobiety/ Females
1960	7,60	7,53	6,26	6,03	108,8	111,1	70,8	73,4
1965	9,56	7,19	8,06	6,00	112,4	110,3	64,6	74,3
1970	8,33	6,74	6,54	5,51	109,6	109,2	68,0	75,5
1975	8,68	7,01	6,92	6,24	110,4	109,3	67,0	74,3
1980	7,93	7,49	6,75	5,88	108,5	110,6	68,9	73,2
1985	7,21	6,72	6,08	5,53	107,2	109,1	71,1	75,5
1990	8,79	6,73	6,92	5,61	110,8	110,4	66,9	76,7
1995	9,24	6,76	7,82	5,67	112,4	110,5	66,2	76,7
2000	7,65	6,30	6,43	4,93	110,8	110,8	72,5	79,3
2005	8,46	6,73	7,25	5,64	113,3	112,4	71,0	78,7
2009	7,78	6,49	6,45	5,37	112,4	112,2	73,6	79,8
2014	7,17	5,57	6,27	5,08	111,3	110,7	75,4	82,8

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych *Human Mortality Database* (2016).

Source: own estimates based on the *Human Mortality Database* (2016).

KWARTYLE I ROZSTĘP KWARTYLOWY

Rozstęp kwartyłowy (*IQR*) został zaproponowany do pomiaru zróżnicowania umieralności jako wskaźnik kompresji w artykule Wilmoth i Horiuchi (1999). Rozstęp kwartyłowy jest miarą rozpiętości wieku, na który przypada 50% zgonów w populacji. Do wyznaczenia jego wartości korzysta się z wartości pierwszego oraz trzeciego kwartyla, a jedną z zalet tego wskaźnika jest jego prostota i łatwość interpretacji.

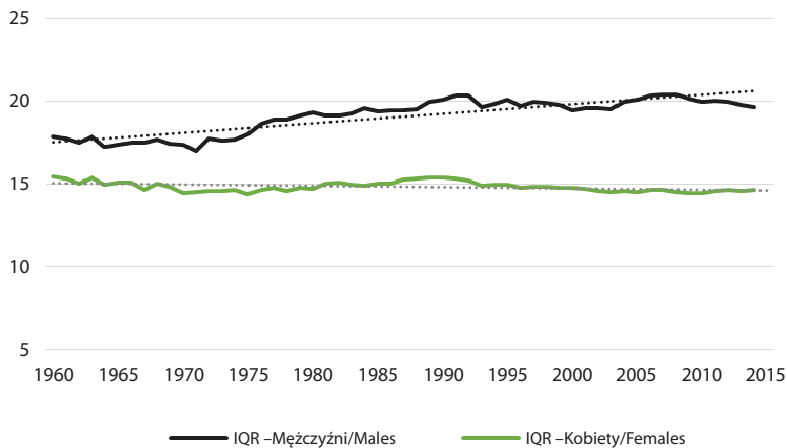
⁸ W czasie realizacji badania zakres dostępnych danych dla Polski obejmował lata 1958–2009. Baza HMD została zaktualizowana (do roku 2014) w maju 2016 roku, stad w niektórych zestawieniach tabelarycznych dane odnoszą się do roku 2009 i 2014.

Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

Wyniki obliczeń dla kwartyli oraz rozstępu kwartylowego wieku zgonu mężczyzn i kobiet w Polsce od 1958 roku zawiera tabela 1 oraz prezentuje wykres 6. Na początku analizowanego okresu 25% mężczyzn umierało przed ukończeniem 62 lat, 75% przed ukończeniem 80 lat. W przypadku kobiet było to odpowiednio 67–68 lat i 84 lata. Niemal przez 50 lat pierwszy kwartył wieku zgonu mężczyzn utrzymywał się na poziomie 59–62 lata i jeszcze w 2008 roku był na poziomie zbliżonym do obserwowanego na początku lat 1960. Od tego czasu notowany jest wzrost, zarówno kwartyła pierwszego jak i trzeciego wieku zgonów mężczyzn. I tak, kwartył pierwszy wzrósł z 62 lat do 65 lat, a trzeci z 83 lat do 85 lat. Dla kobiet zmiany w całym okresie były bardziej znaczące i w ostatnich latach kwartył pierwszy wieku zgonu kobiet przekroczył 75 lat, a trzeci 90 lat. Oznacza to, że wśród kobiet, które zmarły w 2014 roku, 75% żyło co najmniej 75 lat, a co czwarta żyła dłużej niż 90 lat.

Uzyskane rezultaty w zakresie miar pozycyjnych zróżnicowania wieku w momencie zgonu mężczyzn są inne niż oczekiwane dla procesu kompresji umieralności. W szczególności długookresowy brak wzrostu kwartyła pierwszego wskazuje na to, że mężczyźni w Polsce wciąż stosunkowo często umierają w młodym i w średnim wieku. Za pozytywny kierunek zmian w umieralności mężczyzn należy uznać wzrost kwartyła trzeciego, który wskazuje na to, że równocześnie część mężczyzn dożywa coraz późniejszego wieku.

Wykres 6. Rozstęg kwartylowy wieku zgonu mężczyzn i kobiet w Polsce w latach 1958–2014
 Figure 6. Interquartile range (IQR) for males and females in Poland in 1958–2014



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych *Human Mortality Database* (2016).
 Source: own estimates based on the *Human Mortality Database* (2016).

Różne tempo zmian poziomu tych miar, a zwłaszcza stagnacja kwartyła pierwszego, skutkuje wysokim poziomem rozstępu kwartylowego i w efekcie dużymi różnicami w wieku zgonu mężczyzn w Polsce. Rozstęg kwartylowy wieku zgonu

Wiktoria Wróblewska

mężczyzn na początku lat 1960. wynosił blisko 18 lat, a w latach 2005–2011 rozstęp ten wzrósł do ponad 20 lat. Oszacowana funkcja trendu wskazuje dodatni kierunek zmian zróżnicowania wieku mężczyzn w momencie zgonu mierzonego *IQR*. W ostatnich trzech latach można jednak zauważyć odwrócenie tej tendencji i zmniejszenie wartości *IQR*. W przypadku kobiet różnice w wartościach kwartyli są mniej widoczne, a przez długi okres rozstęp kwartylowy wynosił prawie 15 lat. Po niewielkim wzroście w pierwszej połowie lat 1990. miara ta wykazuje stabilizację na poziomie około 14,5 lat.

Obok rozstępu kwartylowego, Kannisto zaproponował także inne miary oceny zróżnicowania wieku w momencie zgonu, podobne do miar kwartylowych, ale nie związane z konkretnym wiekiem. Jest to wyrażona w latach minimalna różnica wieku (rozstęp), na który przypada 10%, 25%, 50% i 90% wszystkich zgonów w danym roku w populacji (Kannisto 2000). W szczególności, jako odpowiednik rozstępu kwartylowego, do oceny zachodzących zmian w poziomie zróżnicowania wieku zgonu w populacji poleca się wyznaczanie minimalnej różnicy wieku, na który przypada połowa zgonów w populacji (Kannisto 2000).

UTRACONE LATA ŻYCIA I ENTROPIA TABLIC TRWANIA ŻYCIA

Miara utraconych lat życia została wprowadzona do demografii w latach 1970. (Keyfitz 1977) i jest oznaczana jako e_x^\dagger (*e-dagger*). Miara ta odnosi się do homogeniczności szans dożycia późnego wieku w populacji lub ich deprivacji spowodowanej przedwczesnymi zgonami. Jeśli wiek osób w momencie zgonu w populacji jest na zbliżonym poziomie to wartość e_0^\dagger jest mała, a jeśli wiek zgonu charakteryzuje się dużą dyspersją wówczas duża. W populacjach, w których oczekiwane trwanie życia jest wysokie, niski poziom e_0^\dagger oznacza, że coraz więcej osób dożywa późnego wieku i zachodzi kompresja umieralności i odwrotnie, im wyższa wartość tej miary, tym więcej osób nie dożywa późnego wieku oraz tym większe są straty spowodowane przedwczesnymi zgonami (Shkolnikov i in. 2011).

Miara utraconych lat życia jest nie tylko uznanym miernikiem dyspersji stosowanym do tablic wymieralności, ale także ważnym wskaźnikiem w obszarze zdrowia publicznego. Jej wartość wyraża bowiem średnią liczbę lat życia, które zostały utracone (nieprzeżyte) w związku z zaobserwowanymi zgonami. Keyfitz przyjął, że wszyscy umierają przedwcześnie (*everybody dies prematurely*). Wyraża to sposób wyznaczenia tej miary, w którym liczy się lata utracone w relacji do najstarszej grupy wieku w tablicach trwania życia (ω). W przypadku zastosowania formuły dla danych dyskretnych uzyskuje się:

$$e_x^\dagger = \frac{1}{l_x} \cdot \sum_{y=x}^{\omega-1} [d_y \cdot (e_{y+1} + 1 - a_y)] + \frac{d_\omega}{2 \cdot l_\omega} \cdot e_\omega$$

Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

Miara utraconych lat życia może być wyznaczona dla wieku początkowego $x = 0$ lub innego dowolnego wieku x , także do wybranego zakresu wieku, np. osób w wieku produkcyjnym.

Wskaźnikiem powiązany z miarą e_x^\dagger jest wskaźnik entropii tablic trwania życia, który jest określany jako wskaźnik *Keyfiz* $H(H)$:

$$H_x \cong \frac{e_x^\dagger}{e_x}$$

Miara H jest klasycznym miernikiem entropii, który został zaadaptowany w obszarze demografii do tablic trwania życia (Keyfitz i Golini 1975, Vaupel 1986). Jest to miara elastyczności parametru trwania życia w relacji do względnej zmiany w umieralności, proporcjonalnej we wszystkich grupach wieku. Wskaźnik H_x , podobnie jak miara e_x^\dagger , może być wyznaczony dla różnego zakresu wieku. W naszej analizie dla obydwu miar przyjęto jako wiek wyjściowy $x = 0$ oraz wiek ω dla najstarszej grupy wieku z tablic trwania życia. Uzyskana wartość H_0 wyraża procentową zmianę w poziomie trwania życia noworodka przy redukcji umieralności we wszystkich grupach wieku o 1%.

Miara H_0 przyjmuje wartości z przedziału od 0 do 1. Gdyby umieralność we wszystkich grupach wieku była taka sama H_0 byłoby równe 1, co oznaczałoby, że spadek umieralności we wszystkich grupach wieku o 1% przekłada się na wzrost parametru e_0 także o 1%. Odpowiednio, jeśli H_0 jest równe 0,3, to spadek umieralności o 1% daje wzrost trwania życia o 0,3%.

Miara H jest wykorzystywana do oceny rektangularyzacji krzywej przeżycia oraz heterogeniczności w rozkładzie zgonów według wieku (Vaupel 1986, Nagnur 1986, Nusselder i Mackenbach 1996). Im niższy poziom wskaźnika H tym wyższy stopień rektangularyzacji krzywej przeżycia i większa homogeniczność wieku w momencie zgonu w populacji. Przy pełnej rektangularyzacji, czyli w sytuacji, gdyby wszyscy w populacji umierali w tym samym późnym wieku i zróżnicowanie wieku wynosiłoby 0, miara H byłaby równa 0.

Relacja zachodząca pomiędzy wartościami e_0^\dagger oraz e_0 , która daje przybliżony poziom miary *Keyfiz* H , pozwala także na wyrażenie oczekiwanej zmiany w trwaniu życia przypadającej na proporcjonalne zmiany w umieralności, nie tylko w wyrażeniu względnym w procentach, ale także absolutnym w latach. W tym celu należy podzielić wartość *e-dagger* przez 100 (Nusselder i Mackenbach 1996).

Uzyskane wyniki dla Polski e_0^\dagger oraz H_0 wskazują na zmniejszanie się średniej liczby utraconych lat życia oraz obniżenie entropii tablic trwania życia (Tabela 3). Pod koniec lat 1950. średnia liczba nieprzeżytych lat w związku z umieralnością wynosiła ponad 17 lat dla mężczyzn i 15,5 roku dla kobiet, a na koniec analizowanego okresu było to odpowiednio 12,6 i 9,5 roku. Obniżenie poziomu umieralności we wszystkich grupach wieku o 1% w 1958 roku łączyło się ze wzrostem trwania życia (e_0) o 0,27% dla mężczyzn i o 0,23% dla kobiet, a w 2014 roku odpowiednio

Wiktoria Wróblewska

o 0,17% i 0,11%. Należy podkreślić, że duże zmiany analizowanych miar wystąpiły tylko na początku badanego okresu: do około 1970 roku dla mężczyzn i do ok. 1975 roku dla kobiet. W następnych dwudziestu latach miara *Keyfitz H* utrzymywała się na poziomie 0,20–0,21 dla mężczyzn podczas gdy dla kobiet wykazywała systematyczny spadek. Warto zauważyć duże dysproporcje dla płci w poziomie uzyskanych miar na koniec analizowanego okresu. W 2014 roku obydwie wskaźniki dla mężczyzn były na poziomie zbliżonym do notowanego dla kobiet w 1970 roku, czyli blisko czterdzieści pięć lat wcześniej.

W wyrażeniu absolutnym zmiany w trwaniu życia przypadające na jednoprocenowy spadek umieralności we wszystkich grupach wieku także uległy obniżeniu. W 1958 roku spadek umieralności o 1% łączył się ze wzrostem trwania życia mężczyzn o 0,17 roku i o 0,15 roku dla kobiet, a w 2014 roku było to odpowiednio niespełna 0,13 roku dla mężczyzn i 0,10 roku dla kobiet.

Tabela 3. Utracone lata życia (*e-dagger*) i wskaźnik entropii tablic trwania (*Keyfitz H₀*) życia kobiet i mężczyzn w Polsce w latach 1958–2014 (wybrane lata)

Table 3. *Person-years lost (e-dagger) and index of mortality entropy (Keyfitz H₀) for males and females in Poland in 1958–2014 (selected years)*

Rok / Year	Mężczyźni / Males		Kobiety / Females	
	e_0^\dagger	Keyfitz H_0	e_0^\dagger	Keyfitz H_0
1958	17,13	0,272	15,46	0,225
1960	16,01	0,247	14,37	0,203
1965	14,83	0,223	13,09	0,181
1970	14,38	0,217	12,41	0,170
1975	13,97	0,208	11,74	0,158
1980	14,00	0,212	11,54	0,155
1985	13,55	0,204	11,29	0,151
1990	13,99	0,211	10,47	0,138
1995	13,48	0,199	10,98	0,144
2000	12,99	0,187	10,60	0,136
2005	12,95	0,183	10,40	0,131
2009	12,83	0,179	10,29	0,129
2014	12,63	0,171	9,48	0,114

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych *Human Mortality Database* (2016).

Source: own estimates based on the *Human Mortality Database* (2016).

Miary utraconych lat życia oraz wskaźnik *Keyfitz H* można wyznaczać także dla innych wartości początkowych wieku x . Uzyskane wówczas wartości pozwalają na ocenę wpływu na trwanie życia zmian w umieralności osób, które dożyły wieku x

Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

lat. I tak, np. miary dla wieku $x = 10$ pozwalają na pominięcie wpływu zgonów w najmłodszych grupach wieku, a dla osób w wieku 60 lat, na ocenę strat spowodowanych umieralnością w starszych grupach wieku. Przykładowo, wyznaczone dla Polski wartości *e-dagger* dla osób, które dożyły 10 roku życia (e_{10}^\dagger) są na poziomie bliskim 12 lat dla mężczyzn i poniżej 10 lat dla kobiet, a dla osób, które dożyły 60 lat (e_{60}^\dagger) oscylują wokół wartości 8,5 lat dla mężczyzn i nieco poniżej 8 lat dla kobiet. Należy pamiętać, że zbliżone wartości absolutne liczby utraconych lat życia dla mężczyzn i kobiet, którzy dożyli 60 lat, odnoszą się do różnych poziomów parametrów charakteryzujących wymieralność każdej z płci. Różnice w wymieralności dla płci widoczne są w miarach entropii, które dla mężczyzn w wieku 60 lat były na poziomie bliskim 0,50, a dla kobiet 0,30–0,40 (Tabela 4).

Tabela 4. Utracone lata życia oraz wskaźnik entropii tablic trwania życia kobiet i mężczyzn dla osób, które dożyły 10. roku życia oraz 60. roku życia (wybrane lata)

Table 4. *Person-years lost (e-dagger) and index of mortality entropy (Keyfitz H) for $x = 10$ and $x = 60$ years for males and females in Poland in 1958–2009 (selected years)*

Rok / Year	Mężczyźni / Males		Kobiety / Females	
	e_{10}^\dagger	Keyfitz H_{10}	e_{10}^\dagger	Keyfitz H_{10}
1960	11,983	0,201	10,815	0,167
1970	11,769	0,197	10,117	0,154
1990	12,602	0,217	10,266	0,154
2000	12,357	0,205	9,985	0,145
2009	12,436	0,203	9,837	0,140
2014	11,924	0,186	9,230	0,127
	e_{60}^\dagger	Keyfitz H_{60}	e_{60}^\dagger	Keyfitz H_{60}
1960	8,084	0,511	8,069	0,430
1970	7,970	0,513	7,790	0,409
1990	8,239	0,537	8,021	0,401
2000	8,568	0,517	7,969	0,371
2009	8,725	0,500	7,965	0,346
2014	8,702	0,457	7,841	0,315

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych *Human Mortality Database* (2016).

Source: own estimates based on the *Human Mortality Database* (2016).

PODSUMOWANIE

W pracy dokonano analizy nowych lub zaadaptowanych z innych dziedzin miar zróżnicowania wieku w momencie zgonu. Przedmiotem analizy były różne miary oparte na współczynnikach koncentracji, miarach pozycyjnych oraz miarach ela-

Wiktoria Wróblewska

styczności i entropii. Niektóre z tych miar odnoszą się do całego zakresu wieku (od 0 do ω lat) i charakteryzują zróżnicowanie wieku zgonu w całej populacji, a inne dotyczą wybranego wieku, np. z pominięciem umieralności niemowlęcej i dziecięcej. Szerokie spektrum miar lepiej przybliży ocenę występującego zróżnicowania wieku w momencie zgonu w populacji oraz pokazuje różne możliwe ujęcia tego zagadnienia.

Miary zróżnicowania parametrów tablic trwania życia w istotny sposób poszerzają wiedzę o umieralności populacji dostarczając nowych danych o analizowanych procesach i zachodzących zmianach, które nie są możliwe do zaobserwowania, gdy korzystamy tylko z klasycznych parametrów trwania życia e_0 lub e_x .

Wyniki dla Polski, które uzyskano dla lat 1958–2014 wskazują na znaczne zróżnicowanie wieku w momencie zgonu w całej populacji, jak również wśród osób dorosłych i starszych. Największe zróżnicowanie wieku zgonu w całej populacji było notowane na początku rozważanego okresu, czyli pod koniec lat 1950 i na początku lat 1960., gdy notowano wysoką umieralność niemowląt. Spadek wartości analizowanych miar przebiegał w różnym tempie, a w niektórych okresach występowała stagnacja. W szczególności wyniki w zakresie miar, które nie uwzględniają umieralności niemowląt i małych dzieci, nie dały jednoznacznie pozytywnych wyników co do kierunku zmian w dyspersji umieralności wieku zgonu mężczyzn w Polsce.

Większość analizowanych miar była mniej korzystana dla mężczyzn niż dla kobiet. Odnotowano większe zróżnicowanie wieku zgonu mężczyzn oraz niższy stopień koncentracji zgonów w starszych grupach wieku. Normalne trwanie życia mężczyzn jest znacznie krótsze niż kobiet, a różnica w przypadku kwartyła pierwszego wieku zgonu wynosi ponad 10 lat. Także liczba utraconych lat życia w populacji mężczyzn jest znaczna, a wskaźnik entropii charakteryzuje się wysoką elastycznością parametru trwania życia na zmiany w umieralności. Wyniki te świadczą o utrzymywaniu się trudności w redukcji umieralności mężczyzn młodych oraz w wieku średnim. Jednocześnie zachodzą zmiany, które należy ocenić jako pozytywne i wskazujące na przesuwanie umieralności na coraz starsze grupy wieku mężczyzn. Są to zmiany w zakresie normalnego trwania życia, poziomu odchylenia standardowego wieku powyżej modalnej oraz kwartyła trzeciego wieku zgonu mężczyzn.

Wyniki analizy dla kobiet zasadniczo w zakresie wszystkich miar wykazały zmniejszenie poziomu zróżnicowania wieku kobiet w momencie zgonu przy równoczesnym przesuwaniu wieku największego natężenia zgonów na coraz starsze roczniki. Ponadto w rozważanym okresie widoczny był spadek liczby utraconych lat życia i coraz niższy poziom entropii tablic trwania życia. Tendencja spadkowa miar zróżnicowania wieku zgonu kobiet wystąpiła niemal w całym analizowanym okresie, przy czym wyraźne obniżenie poziomu analizowanych wskaźników jest rejestrowany od połowy lat 1990.

Uzyskane wyniki dla kobiet mogą świadczyć o zachodzeniu procesu kompresji umieralności kobiet w Polsce. Oznacza to, że przy znacznej długości trwania życia i niskiej umieralności przedwczesnej zaczynają dominować zgony z przyczyn

Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

powiązanych z naturalnym procesem starzenia, które są skupione wokół normalnego trwania życia kobiet. Wyniki dla mężczyzn świadczą o znacznym opóźnieniu w tym procesie. Jednakże zaobserwowane przemiany w ostatnich latach, szczególnie w starszych grupach wieku, mogą stanowić zwiastun procesu kompresji umieralności także dla mężczyzn.

Jak wynika z podobnych analiz dla krajów zachodnich, w których proces redukcji dyspersji wieku zgonu zachodzi już od kilkudziesięciu lat, można oczekiwać w przyszłości ponownego wzrost dyspersji wieku zgonu kobiet w Polsce. Zauważono bowiem, że zanim zmniejszenie umieralności w jednych grupach wieku połączone z przesuwaniem umieralności na bardziej zaawansowany wiek doprowadzi do kolejnego etapu kompresji umieralności, występuje okresowo wzrost dyspersji wieku zgonu, szczególnie powyżej modalnej (Wilmoth i Horiuchi 1999, Yashini in. 2001, Canudas-Romo 2008, Thatcher i in. 2010).

Analizy przedstawione w pracy, która jest pierwszym, w Polsce tego rodzaju ujęciem miar dyspersji wieku zgonu, nie obejmują wszystkich miar dyspersji wyznaczanych na podstawie tablic trwania życia oraz możliwych analiz w zakresie kompresji umieralności. W szczególności, zastosowane w pracy formuły obliczeniowe do wyznaczenia analizowanych wskaźników oparte były na danych dyskretnych i uzyskane wyniki dotyczące wartości modalnej, a także innych miar związanych z tym wskaźnikiem, wykazują duże wahania, które mogą wynikać z zastosowanego podejścia. Wskazane byłoby w dalszych analizach wykorzystanie danych interpolacyjnych lub wyrównania modelowego. W literaturze przedmiotu można znaleźć przykłady innych metod szacowania analizowanych miar, m.in., wartości modalnej z zastosowaniem wielomianu stopnia drugiego lub podejścia parametrycznego z wykorzystaniem modeli Gompertza i logistycznego (Cheung i Robine 2007, Canudas-Romo 2008, Horiuchi i in. 2013). Także uzyskane wyniki w zakresie teoretycznych granic wieku życia i umieralności przedwczesnej należy traktować z dużą ostrożnością. Interesujące podejście do oszacowania granicy wieku umieralności przedwczesnej oparte na analizie oddziaływania zmian w umieralności według wieku na zmiany parametru trwania życia i entropii tablic trwania życia proponują w swojej pracy Zhang i Vaupel (2009).

Przedstawione w artykule miary różnicowania wieku zgonu w populacji kobiet i mężczyzn w Polsce oraz uzyskane wyniki mogą więc stanowić wstęp do dalszych prac i bardziej zaawansowanych analiz, w tym ukierunkowanych na konkretne zagadnienia i pytania badawcze.

LITERATURA

- Canudas-Romo V., 2008, *The modal age at death and the shifting mortality hypothesis*, „Demographic Research”, vol. 19, 1179–1204.
- Canudas-Romo V., 2010, *Three measures of longevity: time trends and record values*, „Demography”, vol. 47, no. 2, 299–312.

 Wiktoria Wróblewska

- Cheung S.L.K., Robine J.M., 2007, *Increase in common longevity and the compression of mortality: The case of Japan*, „Population Studies”, vol. 61, no. 1, 85–97.
- Cheung S.L.K., Robine J.M., Paccaud F., Marazzi A., 2009, *Dissecting the compression of mortality in Switzerland, 1876–2005*, „Demographic Research”, vol. 21, 569–598.
- Cheung S.L.K., Robine J.M., Tu J.C.E., Caselli G., 2005, *Three dimension of the survival curve: Horizontalization, verticalization, and longevity extension*, „Demography”, vol. 42, no. 2, 243–258.
- Edwards R.D., Tuljapurka S., 2005, *Inequality in life spans and a new perspective on mortality convergence across industrialized countries*, „Population and Development Review”, vol. 31, no. 4, 645–674.
- Fries J.F., 1980, *Aging, natural death, and the compression of morbidity*, „The New England Journal of Medicine”, no. 303, 130–135.
- Fries J.F., 1989, *The compression of morbidity: near or far?*, „Milbank Memorial Fund Quarterly”, no. 67, 208–232.
- Horiuchi S., Ouellette N., Cheung S.L.K., Robine J.M., 2013, *Modal age at adult death: Lifespan indicator in the era of longevity extension*, „Vienna Yearbook of Population Research”, vol. 11, 37–69.
- Human Mortality Database*, 2016, University of California, Berkeley, USA, and Max Planck Institute for Demographic Research, Germany, Available at www.mortality.org (data dostęp: 15.06.2016).
- Kannisto V., 2000, *Measuring the Compression of Mortality*, „Demographic Research”, vol. 3 (Article 6).
- Kannisto V., 2001, *Mode and Dispersion of the Length of Life*, „Population” (English Selection), vol. 13, 159–71.
- Keyfitz N., 1977, *Applied Mathematical Demography*, New York: John Wiley.
- Keyfitz N., Golini A., 1975, *Mortality comparisons. The male-female ratio*, „Genus” 37:1–34.
- Nagnur D., 1986, *Rectangularization of the survival curve and entropy. The Canadian experience, 1921–1981*, „Canadian Studies in Population”, no. 3, 83–102.
- Nusselder W.J., Mackenbach J.P., 1996, *Rectangularization of the survival Curve in the Netherlands, 1950–1992*, „The Gerontologist”, vol. 36, no. 6, 773–783.
- Robine J.M., 2001, *Redefining the stages of the epidemiological transition by a study of the dispersion of life spans: The case of France*, „Population” (English Selection), vol. 13, 173–193.
- Shkolnikov V., Andreev E., Begun A.Z., 2003, *Gini coefficient as a life table function: Computation from discrete data, decomposition of differences and empirical examples*, „Demographic Research”, vol. 8(11), 305–358.
- Shkolnikov V.M., Andreev E.M., Zhang Z., Oeppen J., Vaupel J.W., 2011, *Losses of expected lifetime in the US and other developed countries: methods and empirical analyses*, „Demography”, no. 48, 211–239.
- Soja E., 2012, *Konwergencja i dywergencja umieralności w krajach europejskich*, [w:] J. Kurkiewicz (red.), *Demograficzne uwarunkowania i wybrane społeczno-ekonomiczne konsekwencje starzenia się ludności w krajach europejskich* (s. 173–210), Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Thatcher A.R., Karen S.L., Horiuchi S., Robine J.M., 2010, *The compression of deaths above the mode*, „Demographic Research”, vol. 22, 505–538.
- Vaupel J.W., 1986, *How change in age-specific mortality affects life expectancy*, „Population Studies”, no. 40, 147–157.
- Vaupel J.W., Zhang Z., van Raalte A.A., 2011, *Life expectancy and disparity: an international comparison of life table data*, „BMJ Open”, vol. 1(1), <http://bmjopen.bmj.com/content/1/1/e000128.full> (dostęp: 2016.09.08).
- Véron J., Rohrbasser J.M., 2003, *Wilhelm Lexis: The Normal Length of Life as an Expression of the “Nature of Things”*, „Population” (English edition) vol. 3, 303–322.
- Wagstaff A., Paci P., van Doorslaer E., 1991, *On the measurement of inequalities in health*, „Social Science and Medicine”, no. 33, 545–557.

Pomiar dyspersji wieku w momencie zgonu...

- Wilmoth J.R., Horiuchi S., 1999, *Rectangularization revisited: Variability of age at death with human populations*, „Demography”, vol. 36, no. 4, 475–495.
- Wróblewska W., 2006, *Analiza umieralności w Polsce w latach 1970–2003. Dekompozycja zmian w oczekiwanym trwaniu życia noworodka*, „Studia Demograficzne”, nr 1(149), 28–48.
- Yashin A.I., Begun A.S., Boiko S.I., Ukrainseva S.V., Oeppen J., 2001, *The New Trends in Survival Improvement Require a Revision of Traditional Gerontological Concepts*, „Experimental Gerontology”, vol. 37, no. 1, 157–167.
- Zhang Z., Vaupel J.W., 2009, *The age separating early deaths from late deaths*, „Demographic Research”, vol. 20(29), 721–730.

LIFE-TABLE DISPERSION MEASURES. A CONTRIBUTION TO THE ANALYSIS OF MORTALITY COMPRESSION IN POLAND

ABSTRACT

The article presents the life-table dispersion measures and analysis results for Poland with special regard to the process of mortality compression. The following measures were analysed: Gini coefficient, average inter-individual difference in age at death, modal age at death, inter-quartile range, standard deviation above the modal age at death, person-years lost (*e-dagger*) and index of mortality entropy. The empirical analysis employed data for the years 1958–2014 derived from the *Human Mortality Database* (HMD).

The observed tendency towards reduction in the dispersion of age at death was not uniform during the 50 year span analysed and actually stagnated in certain periods. In particular, the results for the male population do not indicate a definite trend towards reduction in mortality dispersion. The results for the female population demonstrate a reduction in age dispersion at death among women over time with regard to all measures, with the modal age at death advancing towards progressively older age groups.

The dispersion measures utilised in this study and the results can be used in further research on mortality compression in Poland.

Keywords: modal age at death, interquartile range, Gini coefficient, person-years lost, Poland