

DANIEL ZBRONSKI\*

**Analiza oddziaływania wybranych parametrów procesu  
na osiagi mlyna strumieniowo-fluidyzacyjnego.  
Czść IV: Prognozowanie uziarnienia produktu mielenia**

**Wprowadzenie**

Literatura przedmiotu zawiera wiele prac dotyczących modelowania procesu rozdrabniania materiałów ziarnistych (Lowrison 1974; Auer 1978; Brożek i in. 1995; Otwinowski 2003; Salman i in. 2007). Wyróżnia się dwie grupy metod modelowania: hipotezy deterministyczne (klasyczne teorie rozdrabniania) i hipotezy statystyczne (Górecka, Otwinowski 2001). W teoriach deterministycznych analizuje się zależność pomiędzy energią dostarczoną w trakcie procesu a efektem rozdrabniania, natomiast hipotezy statystyczne dotyczą ewolucji składu ziarnowego materiału. Istnieją także modele rozdrabniania łączące obie grupy hipotez, w których uwzględnia się bilans energii i bilans masy populacji ziaren (Zhukov i in. 1998; Otwinowski 2003). Technologów przeróbki materiałów ziarnistych interesuje głównie opis procesu rozdrabniania z punktu widzenia składu ziarnowego uzyskanego w konkretnym urządzeniu rozdrabniającym, natomiast związek pomiędzy efektem rozdrabniania a energią zużytą w procesie jest dla nich mniej znaczący. Idealnym rozwiązaniem byłoby podanie takich ogólnych wzorów określających skład ziarnowy produktu, w których parametry zależą nie tylko od rodzaju urządzenia rozdrabniającego, ale i właściwości stosowanego materiału. Niestety, w literaturze można spotkać tylko częściowe rozwiązania w tym zakresie (Lowrison 1974; Drzymała 1992; Sokołowski 1992; Rajendran Nair 1999). Nadzieję dają prace z grupy hipotez statystycznych, wśród których wyróżnia się: modele aproksymacyjne

---

\* Dr inż., Politechnika Częstochowska, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki, Instytut Maszyn Ciepłych, Częstochowa; e-mail: zbronski@kkt.pczest.pl

(Rosin i in. 1933; Schuman 1940; Kołmogorov 1941; Svenson, Murkes 1958), modele oparte na bilansie masowym populacji ziaren (Broadbent, Callcott 1956; Whitten 1974; Ramkrishna, Mahoney 2002; Bilgili, Scarlett 2005) i modele wykorzystujące procesy Markowa (Zemskov 1999; Berthiaux 2000; Siwiec 2001; Austin, Cho 2002). W przypadku modelowania procesu rozdrabniania strumieniowo-fluidalnego określenie parametrów lub funkcji wchodzących w skład modeli aproksymacyjnych (Benz i in. 1996; Zhang i in. 2003) i modeli bilansu masowego populacji ziaren (Berthiaux, Dodds 1999; Hogg 1999; Ogurtsov i in. 2004; Zbroński 2005; Fukunaka i in. 2006a, b) stanowiło główny aspekt dotychczasowych działań.

## 1. Cel i zakres pracy

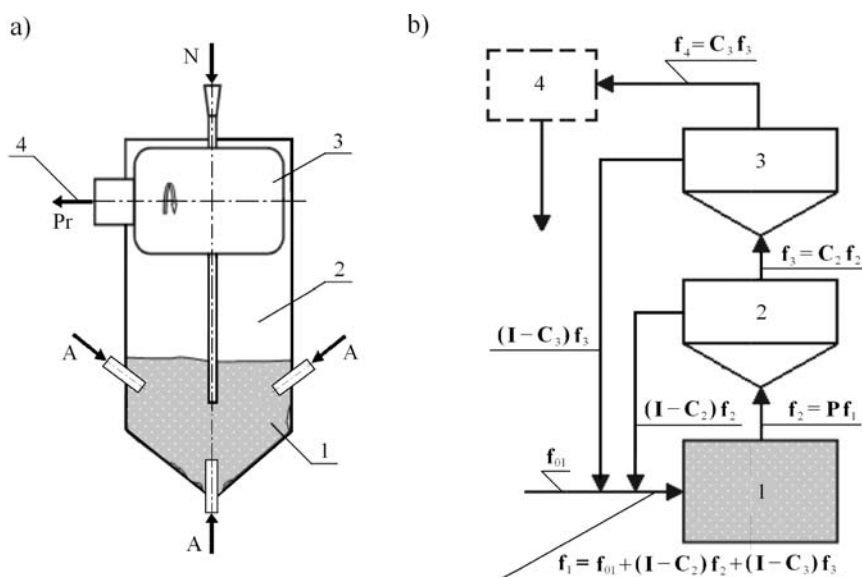
Celem pracy jest pokazanie zastosowania uproszczonego modelu macierzowego ewolucji składu ziarnowego w układzie mieląco-klasyfikującym do opisu pracy młyna strumieniowo-fluidyzacyjnego. Zakres pracy obejmuje analizę, weryfikację eksperymentalną, identyfikację parametryczną i ocenę statystyczną modelu. Podjęte czynności umożliwią skrócenie i obniżenie kosztów badań, ze względu na mniejszą liczbę informacji koniecznych do uzyskania na podstawie pomiarów doświadczalnych.

## 2. Modelowanie procesów zachodzących w młynie strumieniowo-fluidyzacyjnym

### 2.1. Macierzowy model ewolucji składu ziarnowego materiału

Oczekiwany skład ziarnowy produktu rzadko kiedy może być osiągnięty w procesie jednokrotnego rozdrabniania, dlatego też powszechnie stosowane są w wielu gałęziach przemysłu układy mieląco-klasyfikujące. Modelowanie procesów zachodzących w tego typu układach jest skomplikowane i zależy między innymi od złożoności schematu blokowego układu. Zaproponowany w pracy (Zbroński 2005) macierzowy model ewolucji składu ziarnowego materiału dotyczy uproszczonego układu mieląco-klasyfikującego, opisującego laboratoryjny młyn strumieniowo-fluidyzacyjny (rys. 1).

W rozwiązaniu technologicznym młyna (rys. 1a) materiał nadawy podawany jest od góry do komory mielenia, natomiast powietrze robocze za pomocą sprężarki doprowadzane jest przez dysze. W dolnej części komory mielenia powstaje burzliwa warstwa fluidalna, która gwarantuje intensywne mieszanie i rozdrabnianie ziaren (stopień mielenia ziaren – 1). Rozdrobniony materiał unoszony jest przez powietrze najpierw do środkowej części komory mielenia (stopień klasyfikacji grawitacyjnej ziaren – 2), a następnie do obszaru pracy przepływowego klasyfikatora wirnikowego (stopień klasyfikacji odśrodkowej ziaren – 3). Grube ziarna są kierowane do powtórnego rozdrabniania w komorze mielenia, a drobne



Rys. 1. Schemat młyna strumieniowo-fluidyzacyjnego:

a) rozwiązanie technologiczne, b) schemat blokowy układu mieląco-klasyfikującego  
 N – nadawa, A – powietrze robocze, Pr – produkt, 1 – stopień mielenia ziaren, 2 – stopień klasyfikacji grawitacyjnej, 3 – stopień klasyfikacji odśrodkowej, 4 – stopień separacji zewnętrznej

Fig. 1. Schematic diagram of the fluidized bed opposed jet mill:

a) technological solution, b) block diagram of milling-classify system  
 N – fed material, A – working air, Pr – grinding product, 1 – stage of grains milling,  
 2 – stage of gravitational classification, 3 – stage of centrifugal classification,  
 4 – stage of external separation

ziarna produktu są wychwytywane w cyklonie lub w filtrze (stopień separacji zewnętrznej – 4). Proponowany model obejmuje macierzowe równanie bilansowe łączące poszczególne stopnie i opis ewolucji składu ziarnowego w każdym stopniu układu mieląco-klasyfikującego. Schemat blokowy układu, z uwzględnieniem kierunków doprowadzenia poszczególnych strumieni materiału przedstawiono na rysunku 1b.

Matematyczny model ewolucji składu ziarnowego materiału w dowolnym układzie mieląco-klasyfikującym przedstawiono w postaci równania macierzowego (Mizonov i in. 1997; Zbroński 2005)

$$\mathbf{M} \mathbf{F} = -\mathbf{F}_0 \quad (1)$$

gdzie:

**M** – macierz blokowa całego układu zawierająca  $(m \times m)$  bloków lub  $(nm) \times (mn)$  elementów opisujących ewolucję składu ziarnowego w układzie mieląco-klasyfikującym, odpowiadająca liczbie i rozkładowi poszczególnych stopni urządzenia.

W pracy (Zbroński 2005) rozpatrzono tworzenie macierzy dla rozważanego układu, składającego się z  $m = 4$  stopni (rys. 1b), gdzie gruboziarnisty produkt klasyfikacji grawitacyjnej i klasyfikacji odśrodkowej kierowany jest do młyna wraz z nadawą. Macierz blokowa dla omawianego układu przyjmuje postać

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{I}-\mathbf{C}_2 & \mathbf{I}-\mathbf{C}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{P} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_3 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2)$$

gdzie:

- $\mathbf{P}$  – macierz przejścia dla stopnia mielenia ziaren 1,
  - $\mathbf{C}_2$  – macierz klasyfikacji dla stopnia klasyfikacji grawitacyjnej ziaren 2,
  - $\mathbf{C}_3$  – macierz klasyfikacji dla stopnia klasyfikacji odśrodkowej ziaren 3,
  - $\mathbf{I}$  – macierz jednostkowa.
- $\mathbf{F}$  – kolumnowa macierz nadawy stopni układu zawierająca  $(m \times 1)$  bloków albo  $(mn \times 1)$  elementów opisujących wszystkie gęstości składu ziarnowego  $\mathbf{f}_k$  wchodzące do danych stopni układu mieląco-klasyfikującego (bez nadawy ze źródeł zewnętrznych).

Macierz  $\mathbf{F}$  dla omawianego układu przyjmuje postać

$$\mathbf{F} = [\mathbf{f}_k] = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \\ \mathbf{f}_4 \end{bmatrix}, \quad k = 1, \dots, 4 \quad (3)$$

Przykładowo, macierz  $\mathbf{f}_1$  zawierająca elementy 1-go bloku macierzy  $\mathbf{F}$  układu (dotyczy pierwszego stopnia układu), przy uwzględnieniu  $j$ -tej klasy ziarnowej ma postać

$$\mathbf{f}_1 = [\mathbf{f}_{1j}] = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{11} \\ \mathbf{f}_{12} \\ \dots \\ \mathbf{f}_{1n} \end{bmatrix}, \quad j = 1, \dots, n \quad (4)$$

- $\mathbf{F}_0$  – kolumnowa macierz blokowa nadawy całego układu, zawierająca elementy o takim samym wymiarze jak macierz  $\mathbf{F}$ , opisujące gęstość składu ziarnowego nadawy ze źródeł zewnętrznych  $\mathbf{f}_{0k}$  podawanej do wszystkich stopni układu mieląco-klasyfikującego.

Macierz  $\mathbf{F}_0$  dla omawianego układu przyjmuje postać

$$\mathbf{F}_0 = [\mathbf{f}_{0k}] = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{01} \\ \mathbf{f}_{02} \\ \mathbf{f}_{03} \\ \mathbf{f}_{04} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{01} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad k = 1, \dots, 4 \quad (5)$$

Przykładowo macierz  $\mathbf{f}_{01}$  zawierająca elementy 1-go bloku macierzy  $\mathbf{F}_0$  układu (dotyczy pierwszego stopnia układu), przy uwzględnieniu  $j$ -tej klasy ziarnowej ma postać

$$\mathbf{f}_{01} = [f_{01j}] = \begin{bmatrix} f_{011} \\ f_{012} \\ \dots \\ f_{01n} \end{bmatrix}, \quad j = 1, \dots, n \quad (6)$$

Równanie (1) umożliwia wyznaczenie macierzy nadawy stopni układu (produktu) w postaci

$$\mathbf{F} = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_0 \quad (7)$$

gdzie  $\mathbf{M}^{-1}$  to macierz odwrotna macierzy  $\mathbf{M}$ .

Gęstość składu ziarnowego na wyjściu z całego układu można obliczyć z równania (7), w którym macierz  $\mathbf{M}$  zawiera wszystkie dane niezbędne do obliczenia ewolucji składu ziarnowego w układzie mieląco-klasyfikującym. Konieczne jest zatem zdefiniowanie i wyznaczenie elementów macierzy przejścia  $\mathbf{P}$  oraz macierzy klasyfikacji  $\mathbf{C}_2$  i  $\mathbf{C}_3$ .

## 2.2. Wyznaczenie macierzy przejścia

W macierzowym modelowaniu procesu rozdrabniania w młynie funkcję gęstości składu ziarnowego produktu wyznacza się z równania postaci

$$\mathbf{f}_p = \mathbf{P} \mathbf{f}_n \quad (8)$$

gdzie:

- $\mathbf{P}$  – kwadratowa macierz przejścia, której każdy element wyraża prawdopodobieństwo przejścia ziaren w wyniku rozbicia  $j$ -tej klasy nadawy do  $i$ -tej klasy produktu,
- $\mathbf{f}_n$  – gęstość składu ziarnowego nadawy.

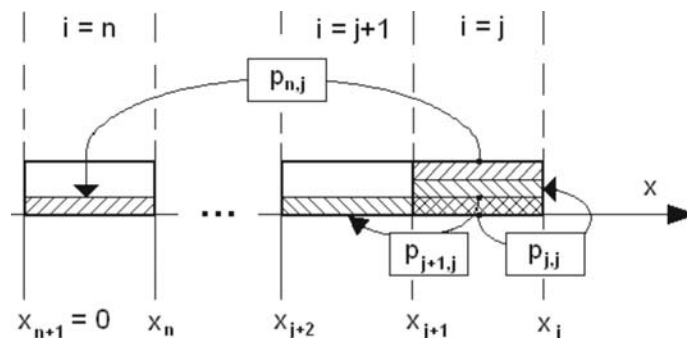
Poszukiwaną macierz przejścia  $\mathbf{P}$  wyznaczono w pracy dzięki wykorzystaniu macierzy selekcji  $\mathbf{S}$  i macierzy rozdrabniania  $\mathbf{B}$ , stosowanych powszechnie w modelowaniu statystycznym opartym na bilansie masowym populacji ziaren. Zależność pomiędzy funkcjami  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{S}$  i  $\mathbf{B}$  wyrażono w postaci (Otwinowski 2003)

$$\mathbf{P} = (\mathbf{I} - \mathbf{S}) + \mathbf{B}\mathbf{S} \quad (9)$$

Należy nadmienić, że funkcja selekcji  $S(y)$  określa prawdopodobieństwo rozdrobnienia pojedynczego ziarna o rozmiarze  $y$  przy jednokrotnym obciążeniu i zależy od parametrów obciążenia. W przypadku jednokrotnego rozdrabniania monoklasy funkcja  $S(y)$  przedstawia udział masowy rozdrobnionych ziaren nadawy. Natomiast funkcja  $B(x,y)$  to funkcja rozdrabniania (Brożek i in. 1995) bądź funkcja rozkładu (Auer 1978), która określa udział masowy ziaren o rozmiarach mniejszych od  $x$  powstałych po jednokrotnym rozdrobnieniu ziaren o rozmiarze  $y$ . Funkcja  $B(x,y)$  zależy od fizykomechanicznych właściwości ziaren nadawy (Otwinowski 2003).

Analizowany kamień wapienny przed badaniem rozdzielono przy użyciu sit na  $n$  klas ziarnowych. Skład ziarnowy przedstawiono jako gęstość masowego rozkładu ziaren według rozmiarów w postaci macierzy jednokolumnowej  $\mathbf{f} = [f_i]$ , gdzie  $i = 1, \dots, n$ , przy czym klasie ziarnowej o maksymalnych rozmiarach odpowiada indeks  $i = 1$ . Założono, że dominującym mechanizmem rozdrabniania kamienia wapiennego w młynie strumieniowo-fluidyzacyjnym jest fluidalne ścieranie powierzchni ziaren (Zbroński 2008). Oznacza to, że w przypadku ścierania ziarno  $j$ -tej klasy może z prawdopodobieństwem  $p_{j,j}$  pozostać w swojej klasie ( $i = j$ ), z prawdopodobieństwem  $p_{j+1,j}$  przejść do sąsiedniej drobniejszej klasy ( $i = j + 1$ ) oraz z prawdopodobieństwem  $p_{n,j}$  przejść do najdrobniejszej klasy ( $i = n$ ). Wskazane zdarzenia przedstawiają pełną grupę zdarzeń elementarnych (rys. 2), których suma prawdopodobieństw równa jest jedności

$$p_{j,j} + p_{j+1,j} + p_{n,j} = 1 \quad (10)$$



Rys. 2. Schemat ideowy ścierania ziaren  $j$ -tej klasy

Fig. 2. Schematic diagram of the  $j$ -th class grains attrition

Diagonalne elementy  $p_{j,j}$  macierzy przejścia, oznaczające prawdopodobieństwo pozostania w rozpatrywanej klasie, wyrażono jako różnicę pomiędzy jednością i wartością funkcji selekcji w postaci dyskretnej

$$p_{j,j} = 1 - S_j \quad (11)$$

Elementy  $S_j$  macierzy selekcji, które określają prawdopodobieństwo rozbitcia ziarna  $j$ -tej klasy nadawy podczas próby jednokrotnego obciążenia, przedstawiono w postaci potęgowej zależności potwierdzonej doświadczalnie (Austin 1971; Mizonov, Zhukov 1991; Rajendran Nair 1999)

$$S_j = a y_j^b \quad (12)$$

gdzie:

- a – współczynnik zależny od rodzaju materiału ziarnistego,
- b – współczynnik zależny od sposobu rozdrabniania  
(według przyjętej hipotezy:  $b = 0$  – Kick,  $b = 0,5$  – Bond,  $b = 1$  – Rittinger),
- $y_j$  – rozmiar ziaren  $j$ -tej klasy nadawy.

Wyznaczone eksperymentalnie wartości współczynników  $a$  i  $b$  powinny gwarantować spełnienie warunku  $S_j \in (0,1)$ .

Niediagonalne elementy  $p_{i,j}$  macierzy przejścia opisano zależnością (Otwinowski 2003)

$$p_{i,j} = b_{i,j} S_j, \quad i > j \quad (13)$$

w której elementy  $b_{i,j}$  macierzy rozdrabniania określają udział masowy rozdrobnionych ziaren  $j$ -tej klasy ziarnowej nadawy, które przeszły do  $i$ -tej klasy ziarnowej produktu, czyli jest to prawdopodobieństwo znalezienia się w  $i$ -tej klasie ziarnowej produktu ziaren pochodzących z rozdrobnionej części  $j$ -tej klasy ziarnowej nadawy.

Zgodnie z wcześniejszym założeniem rozdrobnione w wyniku ścierania ziarna mogą przechodzić do sąsiedniej lub do najdrobniejszej klasy ziarnowej. W celu wyznaczenia prawdopodobieństwa tych przejść rozpatrzono przypadek dowolnego przestrzennego kształtu ziaren. W modelu przyjęto, że dla takich ziaren ścieranie zachodzi w wyniku odłupywania ziaren o minimalnym rozmiarze  $x_n$ . W tym przypadku, elementy  $b_{i,j}$  macierzy rozdrabniania można wyrazić jako iloraz prawdopodobieństw przejścia ziaren  $j$ -tej klasy do klas  $i = j + 1$  oraz  $i = n$ , co odpowiada ilorazowi rozmiarów odpowiednich ziaren podniesionemu do potęgi (Ogurtsov i in. 2004; Zbroński 2005)

$$b_{i,j} = \frac{p_{j+1,j}}{p_{n,j}} = \left( \frac{x_{j+1}}{x_n} \right)^c, \quad i = j + 1, n \quad (14)$$

50

gdzie:

$c$  – wykładnik potęgi zależy od kształtu ziaren i sposobu ich ścierania.

W wyniku przekształcenia równania (10) i podstawienia w miejsce elementu  $p_{j,j}$  równania (11) elementy  $p_{j+1,j}$  macierzy przejścia wyrażono w postaci

$$p_{j+1,j} = 1 - p_{j,j} - p_{n,j} = 1 - 1 + S_j - p_{n,j} = S_j - p_{n,j} \quad (15)$$

Przekształcając równanie (14) i dokonując podstawienia w miejsce elementu  $p_{j+1,j}$  wyrażenia (15) wyznaczono elementy  $p_{n,j}$  macierzy przejścia w postaci

$$p_{n,j} = \frac{p_{j+1,j} x_n^c}{x_{j+1}^c} = \frac{(S_j - p_{n,j}) x_n^c}{x_{j+1}^c} = \dots = \frac{S_j x_n^c}{x_{j+1}^c + x_n^c} \quad (16)$$

Wyznaczone tak elementy  $p_{n,j}$  podstawiono następnie do równania (15) i dokonując drobnych przekształceń otrzymano końcową postać wyrażenia opisującego elementy  $p_{j+1,j}$  macierzy przejścia w postaci

$$p_{j+1,j} = S_j - p_{n,j} = S_j - \frac{S_j x_n^c}{x_{j+1}^c + x_n^c} = \dots = \frac{S_j x_{j+1}^c}{x_{j+1}^c + x_n^c} \quad (17)$$

Po uwzględnieniu równań (11), (16) i (17) elementy  $p_{i,j}$  macierzy przejścia wyrażono w następującej postaci

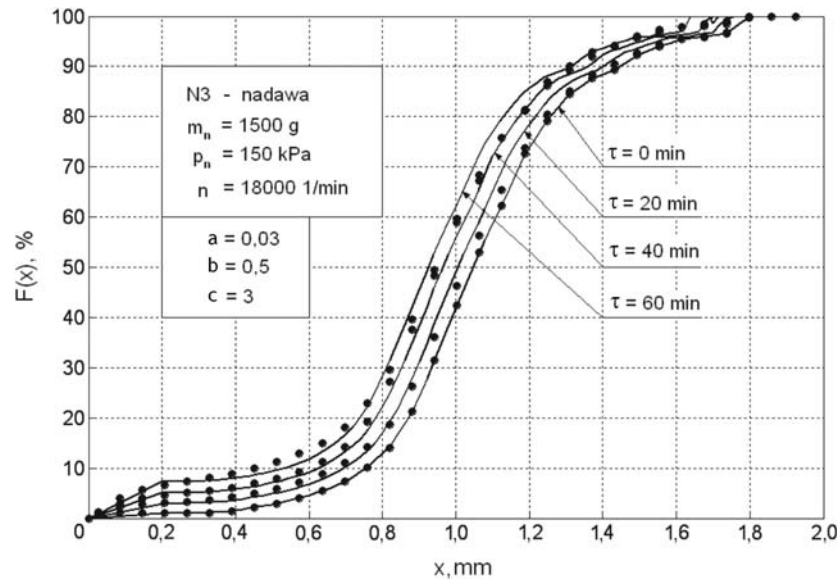
$$p_{i,j} = \begin{cases} 1 - S_j & i = j \\ \frac{S_j x_{j+1}^c}{x_{j+1}^c + x_n^c} & i = j+1 \\ \frac{S_j x_n^c}{x_{j+1}^c + x_n^c} & i = n \\ 0 & i \neq j, j+1, n \end{cases} \quad (18)$$

Przykładowo, dla przyjętych  $n = 20$  klas ziarnowych macierz przejścia  $\mathbf{P}$  przyjmuje postać



$$\mathbf{P} = [p_{i,j}] = \begin{bmatrix} 1-S_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \frac{S_1 x_2^c}{x_2^c + x_{20}^c} & 1-S_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_2 x_3^c}{x_3^c + x_{20}^c} & 1-S_3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1-S_{18} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{S_{18} x_{19}^c}{x_{19}^c + x_{20}^c} & 1-S_{19} & 0 \\ \frac{S_1 x_{20}^c}{x_2^c + x_{20}^c} & \frac{S_2 x_{20}^c}{x_3^c + x_{20}^c} & \frac{S_3 x_{20}^c}{x_4^c + x_{20}^c} & \dots & \frac{S_{18} x_{20}^c}{x_{19}^c + x_{20}^c} & S_{19} & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

W celu identyfikacji, występujących w macierzy przejścia  $\mathbf{P}$ , parametrów  $a$  i  $b$  (funkcja selekcji) oraz  $c$  (funkcja rozdrabniania) wykonano w trakcie badań wstępnych serię eksperymentów rozdrabniania próbek kamienia wapiennego w młynie strumieniowo-fluidyzacyjnym, przy okresowej pracy urządzenia. Próby przeprowadzono dla ustalonej wartości strumienia objętości powietrza ( $\dot{V} = 80 \text{ m}^3/\text{h}$ ) o stałym nadciśnieniu ( $p_n = 150 \text{ kPa}$ ) oraz stałej wartości prędkości obrotowej wirnika klasyfikatora ( $n = 18000 \text{ 1/min}$ ) i masie materiału nadawy ( $m_n = 1500 \text{ g}$ ) w komorze mielenia młyna. Eksperymentalne mielenie porcji materiału wymagało nastawienia maksymalnej prędkości obrotowej wirnika klasyfikatora, aby ograniczyć do minimum ilość drobnych ziaren opuszczających komorę. Te eksploatacyjne warunki pozwoliły zbliżyć się do warunków procesu mielenia porcji materiału, podczas krótkiego czasu trwania eksperymentu. W badaniach wykorzystano wybrane klasy ziarnowe kamienia wapiennego, które rozdrabniano przez okres  $\tau = 60 \text{ min}$ , przy czym po czasie  $\tau = 20 \text{ min}$  pobierano próbki do analizy składu ziarnowego produktu pozostałego w komorze mielenia młyna. Taki czas trwania obciążenia ( $\tau = 20 \text{ min}$ ), nazwanego umownie jednokrotnym obciążeniem (Otwinowski 2003), został wybrany w trakcie badań wstępnych, po uwzględnieniu właściwości materiału i warunków prowadzenia eksperymentu. Macierz przejścia  $\mathbf{P}$  dla jednokrotnego cyklu obciążenia została wyznaczona z równania (18), natomiast obliczenia składu ziarnowego produktu  $\mathbf{f}_p$  po kolejnych cyklach obciążenia przeprowadzono wykorzystując równanie (8). Na rysunku 3 przedstawiono punktami wyniki eksperymentu rozdrabniania nadawy N3, natomiast liniami wyniki numeryczne przeprowadzonej identyfikacji dla optymalnych parametrów ( $a = 0,03$ ;  $b = 0,5$  i  $c = 3$ ). Uzyskana wartość parametru identyfikacji  $c = 3$  świadczy o proporcjonalności udziału masowego poszczególnych klas w produkcie rozdrabniania do objętości ziaren.



Rys. 3. Porównanie eksperymentalnych (punkty) i numerycznych (linie) składów ziarnowych produktu mielenia nadawy N3 kamienia wapiennego uzyskanych podczas badań w młynie strumieniowo-fluidyzacyjnym

Fig. 3. Comparison of experimental (points) and numerical (lines) results respecting particle size distributions of grinding product which comes from fed material N3 of limestone obtained during investigations in the fluidized bed opposed jet mill

### 2.3. Wyznaczenie macierzy klasyfikacji

Macierz klasyfikacji  $C_s$  opisuje proces rozdziału ziaren materiału zachodzący w  $s$ -tym stopniu układu mieląco-klasyfikującego dotyczący klasyfikatora. Macierz ta jest macierzą diagonalną, której każdy element  $c_{sj}$  stanowi udział masowy tej części  $j$ -tej klasy ziarnowej, która przeszła do drobnoziarnistego produktu klasyfikacji. Uwzględniając fakt, iż w omawianym przypadku (rys. 1b) klasyfikator stanowi drugi i trzeci stopień układu, macierz klasyfikacji można przedstawić w postaci

$$C_s = [c_{sj}] = \begin{bmatrix} c_{s1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{s2} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{s3} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{s,n-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & c_{s,n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & c_{sn} \end{bmatrix}, \quad s = 2, 3; \quad j = 1, \dots, n \quad (20)$$

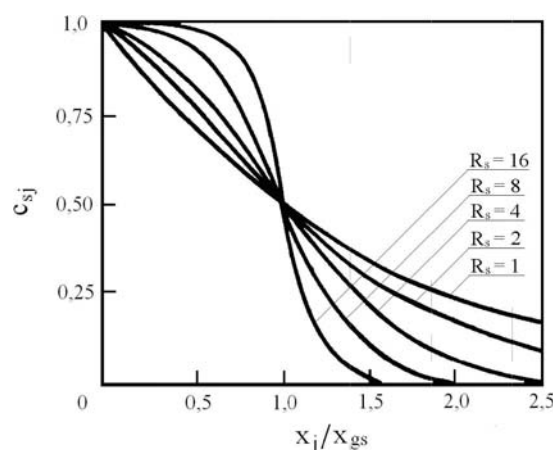
Macierz klasyfikacji można wyznaczyć eksperymentalnie, przeprowadzając próby klasyfikacji polidispersyjnego materiału, zawierającego wszystkie klasy ziarnowe. Czas trwania pojedynczej próby nie może być zbyt długi, aby nie dopuścić do ścierania ziaren nadawy. Po wyznaczeniu składu ziarnowego nadawy i produktów klasyfikacji można dla  $s$ -tego stopnia układu obliczyć elementy macierzy  $C_s$ , jako iloraz mas poszczególnych klas ziarnowych. W przypadku trudności przeprowadzenia prób klasyfikacji na drodze eksperymentalnej, w celu matematycznego opisu elementów macierzy klasyfikacji można wykorzystać zależność w postaci (Molerus, Hoffmann 1969)

$$c_{sj} = \frac{1}{1 + \frac{x_j}{x_{gs}} \exp \left[ -\frac{R_s}{2} \left( 1 - \frac{x_j}{x_{gs}} \right) \right]}, \quad s = 2, 3; \quad j = 1, \dots, n \quad (21)$$

gdzie:

- $c_{sj}$  – diagonalne elementy macierzy klasyfikacji  $s$ -tego stopnia układu,
- $x_j$  – średni rozmiar ziaren  $j$ -tej klasy,
- $x_{gs}$  – rozmiar ziarna granicznego w procesie klasyfikacji w  $s$ -tym stopniu układu, dla którego wartość elementów macierzy  $c_{sj} = 0,5$ ,
- $R_s$  – parametr nieostrości rozdziału ziaren polidispersyjnej nadawy w  $s$ -tym stopniu układu, zależny od typu i warunków pracy klasyfikatora.

W związku z trudnościami pomiaru składu ziarnowego próbek bardzo drobnego kamienia wapiennego przy pomocy dostępnej aparatury w pracy (Zbroński 2005) do opisu elementów macierzy klasyfikacji stopnia grawitacyjnego  $C_2$  i macierzy klasyfikacji stopnia odśrodkowego  $C_3$  skorzystano z równania (21). Wartości parametrów nieostrości rozdziału



Rys. 4. Wpływ wartości parametru  $R_s$  na przebieg krzywej rozdziału ziaren

Fig. 4. Influence of parameter  $R_s$  value on the shape of separation curve of grains

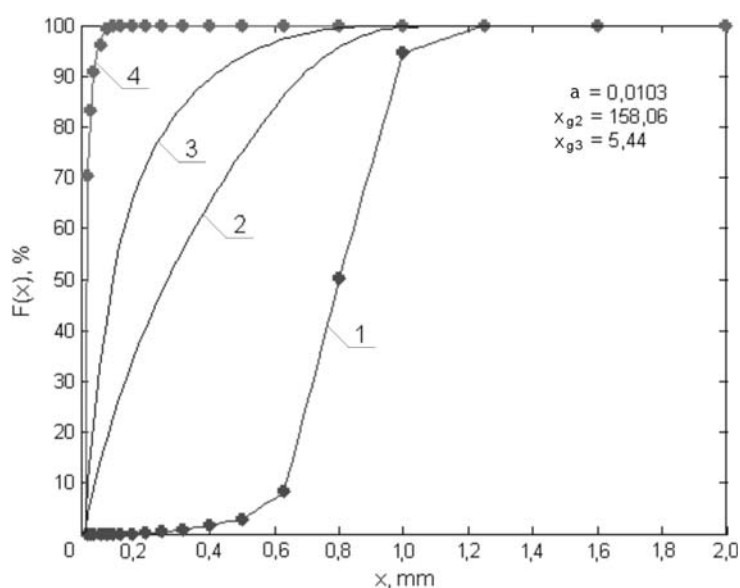
ziaren polidispersyjnej nadawy  $R_s$ , zaczerpnięte z pozycji (Mizonov, Ushakov 1989), przedstawiono na rysunku 4, natomiast rozmiary ziarna granicznego w procesie klasyfikacji grawitacyjnej  $x_{g2}$  i klasyfikacji odśrodkowej  $x_{g3}$  stanowiły parametry przeprowadzonej eksperymentalnej identyfikacji parametrycznej.

### 3. Eksperymentalna identyfikacja parametryczna modelu

Celem eksperymentalnej identyfikacji modelu było oszacowanie wartości wybranych parametrów występujących w macierzy blokowej  $\mathbf{M}$  układu mieląco-klasyfikującego. Rozwiązanie równania (7) dla wyznaczonych parametrów identyfikacji umożliwia prognozowanie składu ziarnowego produktu opuszczającego układ.

Identyfikację parametryczną przeprowadzono stosując następujące założenia:

- funkcje dystrybuanty  $F(x)$  składu ziarnowego nadawy i produktu mielenia przedstawiono w postaci dyskretnej,
- przyjęto, że rozmiary klas ziarnowych są identyczne dla nadawy i produktu mielenia,



Rys. 5. Wyniki identyfikacji parametrycznej modelu mielenia strumieniowo-fluidalnego próbek nadawy N3 kamienia wapiennego, ustalone dla optymalnych parametrów procesu ( $m_n = 3000$  g,  $p_n = 350$  kPa,  $n = 6000$  1/min,  $\tau = 60$  min): 1 – nadawa, 2 – produkt klasyfikacji grawitacyjnej, 3 – produkt klasyfikacji odśrodkowej, 4 – produkt mielenia

Fig. 5. Results of parametric identification of the proposed model of fluidized-jet grinding fed material N3 of limestone obtained for optimum parameters process ( $m_n = 3000$  g,  $p_n = 350$  kPa,  $n = 6000$  1/min,  $\tau = 60$  min): 1 – fed material, 2 – product of gravitational classification, 3 – product of centrifugal classification, 4 – grinding product

- przyjęto hipotezę o niezależnym rozdrabnianiu klas ziarnowych,
- przyjęto słuszność energetycznej hipotezy Bonda dla omawianego przypadku procesu mielenia (Górecka, Otwinowski 2001).

Przedmiotem identyfikacji były następujące parametry:

- współczynnik proporcjonalności  $a$ , występujący w równaniu (12),
- rozmiar ziarna granicznego  $x_{g2}$  w procesie klasyfikacji grawitacyjnej – równanie (21),
- rozmiar ziarna granicznego  $x_{g3}$  w procesie klasyfikacji odśrodkowej – równanie (21).

Identyfikację parametryczną modelu przeprowadzono na podstawie otrzymanych wyników badań (Zbroński 2005; Zbroński, Górecka-Zbrońska 2007b). Oszacowanie nieznanych parametrów rozkładu badanej funkcji na podstawie wyników eksperymentu należy do zagadnień teorii estymacji z zakresu statystyki matematycznej. Estymację poszczególnych parametrów przeprowadzono metodą najmniejszych kwadratów. Zrealizowano ją przy użyciu programu komputerowego, wykorzystując metodę polegającą na numerycznym generowaniu wartości zmiennych losowych w celu oszacowania parametrów ich rozkładu (Krupka

TABELA 1

Zestawienie wartości parametrów identyfikacji modelu mielenia strumieniowo-fluidalnego kamienia wapiennego uzyskane przy zmianie wybranych parametrów procesu

TABLE 1

Juxtaposition of parameters identification values of proposed model of fluidized-jet grinding of limestone obtained during changes the selected parameters process

Parametr procesu		Wartość	Wartości parametrów identyfikacji					
			$\tau = 30 \text{ min}$			$\tau = 60 \text{ min}$		
			$a$	$x_{g2}$	$x_{g3}$	$a$	$x_{g2}$	$x_{g3}$
Uziarnienie, $d$ [mm]	N1	0,4–0,63	0,0114	166,59	8,65	0,0143	154,27	9,98
	N2	0,5–0,8	0,0100	164,32	6,76	0,0187	156,62	8,05
	N3	0,63–1,0	0,0159	162,78	6,59	0,0103	158,06	5,44
	N4	0,8–1,25	0,0164	141,99	5,78	0,0103	158,06	5,44
Masa zasypowa nadawy, $m_n$ [g]	1 500	0,0180	174,62	7,32	0,0180	170,74	7,22	
	3 000	0,0159	162,78	6,59	0,0103	158,06	5,44	
	4 500	0,0199	150,25	8,59	0,0188	163,20	8,56	
Nadciśnienie powietrza roboczego, $p_n$ [kPa]	150	0,0101	143,56	10,43	0,0107	141,58	11,26	
	250	0,0101	147,94	8,57	0,0102	145,08	9,38	
	350	0,0159	162,78	6,59	0,0103	158,06	5,44	
Prędkość obrotowa wirnika klasyfikatora, $n$ [1/min]	2 000	0,0122	162,62	13,79	0,0114	167,07	13,49	
	4 000	0,0177	164,16	9,84	0,0195	165,40	10,97	
	6 000	0,0159	162,78	6,59	0,0103	158,06	5,44	

i in. 1999). W pracy (Zbroński 2005) numeryczną optymalizację prowadzono do momentu uzyskania najlepszej zgodności obliczonej funkcji  $F(x)$  z zależnością otrzymaną eksperymentalnie. Przykładowe wyniki eksperymentalnej identyfikacji parametrycznej modelu uzyskane dla optymalnych parametrów procesu przedstawiono na rysunku 5. Punktami zaznaczono wyniki z eksperymentu, natomiast liniami przedstawiono przebiegi identyfikowanych funkcji dotyczące: nadawy – 1, produktu pochodzącego ze strefy klasyfikacji grawitacyjnej – 2 i strefy klasyfikacji odśrodkowej – 3 oraz wyjściowego produktu mielenia – 4. Wartości parametrów identyfikacji modelu dla wybranych parametrów procesu przedstawiono w tabeli 1.

#### 4. Ocena statystyczna prognozowania składu ziarnowego produktu

Celem statystycznej oceny prognozowania składu ziarnowego produktu było porównanie wyników oznaczeń eksperymentalnych (symbole z indeksem E) i numerycznych (symbole z indeksem N) oraz stwierdzenie, czy występują istotne rozbieżności między obydwoimi oznaczeniami. W tym celu zastosowano klasyczny test Fishera-Snedecora (Gajek, Kałużka 2000), na podstawie którego wyznaczono zmienną standaryzowaną ze wzoru

$$F = \frac{n_N - 1}{n_E - 1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_E} (x_{Ei} - \bar{x}_E)^2}{\sum_{i=1}^{n_N} (x_{Ni} - \bar{x}_N)^2} \quad (22)$$

gdzie:

- $x_{Ei}, x_{Ni}$  – wyniki oznaczeń składu ziarnowego produktu mielenia pochodzące z eksperymentu i obliczeń numerycznych,
- $\bar{x}_E, \bar{x}_N$  – średnie wartości oznaczeń z próbek pochodzących z eksperymentu i obliczeń numerycznych,
- $n_E, n_N$  – liczebność próbki pochodzącej z eksperymentu i obliczeń numerycznych.

Wartości obliczonej funkcji porównuje się z wartościami kwantyli Fishera-Snedecora  $F_{\alpha, f_E, f_N}$  (Zieliński 1972), gdzie:  $\alpha$  – poziom istotności, wyraża możliwe do przyjęcia ryzyko popełnienia błędu;  $f_E = n_E - 1$ ,  $f_N = n_N - 1$  – liczba stopni swobody dla oznaczeń eksperymentalnych i numerycznych. Jeśli  $F < F_{\alpha, f_E, f_N}$  to hipoteza zerowa (o równości wariancji oznaczeń eksperymentalnych i numerycznych składu ziarnowego) jest prawdziwa. Jeśli natomiast  $F > F_{\alpha, f_E, f_N}$  to wówczas hipotezę tę odrzuca się stwierdzając, że oszacowane wariancje nie pochodzą z tych samych populacji (Gajek, Kałużka 2000). W pracy (Zbroński 2005) przeprowadzono powyższe obliczenia dla każdej pary oznaczeń  $x_E$  i  $x_N$ ,

stwierdzając brak istotnych rozbieżności pomiędzy wynikami obliczeń numerycznych i pomiarów eksperymentalnych składu ziarnowego produktu mielenia strumieniowo-fluidalnego (tab. 2). Dla poziomu istotności  $\alpha = 0,05$  i liczby stopni swobody  $f_E = f_N = 19$  wartość kwantyli  $F_{\alpha, f_E, f_N}$  w każdym przypadku jest większa od wartości zmiennej standaryzowanej  $F$ . Nie ma więc podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

TABELA 2

Wyniki oceny statystycznej prognozowania składu ziarnowego końcowego produktu mielenia strumieniowo-fluidalnego kamienia wapiennego uzyskane przy zmianie parametrów procesu

TABLE 2

Results of statistical estimation forecasting particle size distribution of fluidized-jet grinding product of limestone obtained during changes parameters process

Parametr procesu		Wartość	Czas mielenia			
			$\tau = 30$ min		$\tau = 60$ min	
			F	$F_{\alpha, f_E, f_N}$	F	$F_{\alpha, f_E, f_N}$
Uziarnienie, d [mm]	N1	0,4–0,63	1,023	2,165	1,015	2,165
	N2	0,5–0,8	1,025	2,165	1,006	2,165
	N3	0,63–1,0	0,992	2,165	1,005	2,165
	N4	0,8–1,25	0,996	2,165	1,007	2,165
Masa zasypowa nadawy, $m_n$ [g]		1 500	0,999	2,165	0,996	2,165
		3 000	0,992	2,165	1,005	2,165
		4 500	0,986	2,165	0,994	2,165
Nadciśnienie powietrza roboczego, $p_n$ [kPa]		150	1,259	2,165	1,157	2,165
		250	1,177	2,165	1,146	2,165
		350	0,992	2,165	1,005	2,165
Prędkość obrotowa wirnika klasyfikatora, n [1/min]		2 000	1,108	2,165	1,120	2,165
		4 000	1,007	2,165	1,011	2,165
		6 000	0,992	2,165	1,005	2,165

### Wnioski

W pracy przedstawiono uproszczony macierzowy model ewolucji składu ziarnowego materiału w młynie strumieniowo-fluidyzacyjnym. Przeprowadzona eksperymentalna identyfikacja parametryczna i ocena statystyczna modelu pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków:

1. Prezentowany model oparty na bilansie masowym populacji ziaren umożliwi adekwatne prognozowanie składu ziarnowego wyjściowego produktu mielenia strumieniowo-fluidalnego.
2. Potwierdzono poprawność przyjętych postaci elementów macierzy przejścia oraz macierzy klasyfikacji dla stopnia grawitacyjnego i stopnia odśrodkowego dzięki weryfikacji przeprowadzonej na podstawie wyników badań eksperymentalnych rozdrabniania próbek kamienia wapiennego o różnym uziarnieniu w laboratoryjnym młynie strumieniowo-fluidyzacyjnym.
3. Na podstawie testu Fishera-Snedecora stwierdzono, że rozbieżności między oznaczeniami składu ziarnowego numerycznego i eksperymentalnego nie występują.
4. Wskazane jest dalsze prowadzenie prac nad modelowaniem procesu strumieniowo-fluidalnego rozdrabniania materiałów ziarnistych. Istotne znaczenie ma eksperymentalne wyznaczenie elementów macierzy klasyfikacji odśrodkowej i separacji zewnętrznej, dzięki czemu możliwe stanie się prognozowanie składu ziarnowego w dowolnym miejscu układu mieląco-klasyfikującego.

## LITERATURA

- Auer A., 1978 – Model i identyfikacja procesów klasyfikacji i mielenia. Opole, ZN WSI, nr 26, s. 134.
- Austin L.G., 1971 – A review introduction to the mathematical description of grinding as a rate process. *Powder Technology*, vol. 5, pp. 1–17.
- Austin L.G., Cho H., 2002 – An alternative method for programming mill models. *Powder Technology*, vol. 122, pp. 96–100.
- Benz M., Herold H., Ulfik B., 1996 – Performance of a fluidized bed jet mill as a function of operating parameters. *International Journal of Mineral Processing*, vol. 44–45, pp. 507–519.
- Berthiaux H., 2000 – Analysis of grinding processes by Markov chains. *Chemical Engineering Science*, vol. 55, pp. 4117–4127.
- Berthiaux H., Dodds J.A., 1999 – Modeling fine grinding in a fluidized bed opposed jet mill: Part I. Batch grinding kinetics. Part II. Continuous grinding. *Powder Technology*, vol. 106, pp. 78–97.
- Bilgili E., Scarlett B., 2005 – Population balance modeling of non-linear effects in milling processes. *Powder Technology*, vol. 153, pp. 59–71.
- Broadbent S.R., Callcott T.G., 1956 – A matrix analysis of processes involving particle assemblies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*, vol. 249, no. 960, pp. 99–123.
- Brożek M., Mączka W., Tumidajski T., 1995 – Modele matematyczne procesów rozdrabniania. Kraków, Wyd. AGH, *Rozprawy Monografie* 35, s. 75.
- Drzymała Z., 1992 – Badania i podstawy konstrukcji młynów specjalnych. Warszawa, WN PWN.
- Fukunaka T., Golman B., Shinohara K., 2006a – Batch grinding kinetics of ethenzamide particles by fluidized-bed jet milling. *International Journal of Pharmaceutics*, vol. 311, 1–2, pp. 89–96.
- Fukunaka T., Golman B., Shinohara K., 2006b – Continuous grinding kinetics of ethenzamide particles by fluidized-bed jet milling. *Drug Development and Industrial Pharmacy*, vol. 32, 3, pp. 347–355.
- Gajek L., Kałuska M., 2000 – Wnioskowanie statystyczne. Modele i metody. Warszawa, WNT.
- Górecka A., Otwiński H., 2001 – Teorie rozdrabniania i ich klasyfikacja. Cz. 1–2. *Cement Wapno Beton*, nr 3, s. 96–98; nr 4, s. 148–150.
- Hogg R., 1999 – Breakage mechanisms and mill performance in ultrafine grinding. *Powder Technology*, vol. 105, pp. 135–140.



- Kołmogorov A.N., 1941 – O logaritmiczeski normalnom zakonie raspredelenija razmerov czastic pri drobenii. AN SSSR, t. 31, s. 99–101.
- Krupka J., Morawski R.Z., Opalski L.J., 1999 – Wstęp do metod numerycznych. Warszawa, Wyd. Politechniki Warszawskiej.
- Lowrison G.C., 1974 – Crushing and grinding. London, Butterworth.
- Mizonov V.E., Ushakov S.G., 1989 – Aerodinamičeskaja klassifikacija poroskov. Moskva, Chimija, s. 160.
- Mizonov V.E., Zhukov V.P., 1991 – Mathematical description of distributed comminution processes. Technology Today, vol. 4, pp. 203–206.
- Mizonov V., Zhukov V., Bernotat S., 1997 – Simulation of grinding: new approaches. ISPEU Press, Ivanovo, pp. 108.
- Molerus O., Hoffmann H., 1969 – Darstellung von Windsichtertrenn-kurven durch ein stochastisches Modell. Chemie Ingenieur Technik, vol. 41, no. 5–6, pp. 340–344.
- Ogurtsov A.V., Zbroński D., Zhukov V.P., Otwinowski H., Urbaniak D., 2004 – Metod rascjeta strujnoj mielnicy kipjaszego sloja. VUZ “Chimija i chimičeskaja tehnologija” Ivanovo, t. 47, z. 10, s. 122–124.
- Otwinowski H., 2003 – Entropia informacyjna w modelowaniu procesu rozdrabniania. Praca habilitacyjna, Rozprawy Monografie 124, Kraków, Ucz. Wyd. Nauk.–Dyd. AGH, s. 154.
- Rajendran Nair P.B., 1999 – Material characteristics and the breakage parameters in a circular fluid energy mill. Advanced Powder Technology, vol. 10, no. 1, pp. 21–36.
- Ramkrishna D., Mahoney A.W., 2002 – Population balance modelling. Promise for the future. Chemical Engineering Science, vol. 57, pp. 595–606.
- Rosin P., Rammler E., Sperling F., 1933 – Korngrößenprobleme des Koklenstaubes und ihre Bedeutung für die Vermahlung. Berichte des Reichskohlenrates, Bericht C 52, Berlin, VDI-Verlag.
- Salman A., Ghadiri M., Hounslow M., (editors) 2007 – Handbook of Powder Technology, Particle Breakage, III. Modelling. Elsevier B.V., vol. 12, pp. 1240.
- Schuman R., 1940 – Principles of comminution and size distribution and surface calculations. Amer. Inst. Min. Metal. Eng., Tech. Publ. 1189.
- Siwiec A., 2001 – Relationships between particle size distribution and work in a grinding process. Archives of Mining Sciences, vol. 46, no 4, pp. 519–526.
- Sokołowski M., 1992 – Uogólniona hipoteza rozdrabniania oraz metoda wyznaczania stałych materiałowych. IX Gliwickie Sympozjum Teorii i Praktyki Procesów Przeróbczych „Podstawowe problemy procesów rozdrabniania”, Gliwice, s. 131–143.
- Svenson J., Murkes J., 1958 – An empirical relationship between work input and particle size distribution before and after grinding progress in mineral dressing. Verlang Almqvist Wiksell, 37/85, Stockholm.
- Whiten W.J., 1974 – A matrix theory of comminution machines. Chemical Engineering Science, vol. 29, pp. 589–599.
- Zbroński D., 2005 – Badanie i modelowanie procesu strumieniowo-fluidalnego rozdrabniania materiałów ziarnistych. Praca doktorska, Politechnika Częstochowska, s. 148.
- Zbroński D., 2008 – Analiza oddziaływania wybranych parametrów procesu na osiagi młyna strumieniowo-fluidyzacyjnego. Część III. Mechanizm rozdrabniania ziaren. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, t. 24, z. 1/1, s. 19–25.
- Zbroński D., Górecka-Zbrońska A., 2007a – Analiza oddziaływania wybranych parametrów procesu na osiagi młyna strumieniowo-fluidyzacyjnego. Część I. Wydajność młyna. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, t. 23, z. 1, s. 152–163.
- Zbroński D., Górecka-Zbrońska A., 2007b – Analiza oddziaływania wybranych parametrów procesu na osiagi młyna strumieniowo-fluidyzacyjnego. Część II. Skład ziarnowy produktu mielenia. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, t. 23, z. 2, s. 65–74.
- Zemskov E.P., 1999 – Time-dependent particle size distributions in comminution. Powder Technology, vol. 102, pp. 71–74.
- Zhang K., Zhang J., Zhang B., 2003 – Experimental and numerical study of fluiddynamic parameters in a jetting fluidized bed of a binary mixture. Powder Technology, vol. 132, pp. 30–38.

Zhukov V.P., Mizonov V.E., Filitchev P., Bernotat S., 1998 – The modelling of grinding processes by means of the principle of maximum entropy. *Powder Technology*, vol. 95, pp. 248–253.

Zieliński R., 1972 – *Tablice statystyczne*. Warszawa, PWN.

ANALIZA ODDZIAŁYWANIA WYBRANYCH PARAMETRÓW PROCESU NA OSIĄGI MŁYNA  
STRUMIENIOWO-FLUIDYZACYJNEGO.

CZĘŚĆ IV: PROGNOZOWANIE UZIARNIENIA PRODUKTU MIELENIA

Słowa kluczowe

Modelowanie, macierz przejścia, macierz klasyfikacji, identyfikacja parametryczna, ocena statystyczna, mielenie, młyn strumieniowo-fluidyzacyjny

Streszczenie

Przemysłowe urządzenia realizujące przeróbkę materiałów ziarnistych w warunkach wysokoenergetycznej warstwy fluidalnej pozwalają uzyskać gwarantowane uziarnienie produktu, przy jednoczesnym zmniejszeniu energochłonności procesu. W części IV artykułu zaprezentowano macierzowy model ewolucji składu ziarnowego materiału w młynie strumieniowo-fluidyzacyjnym. Proponowany model oparty na równaniu bilansu masowego populacji ziaren składa się z trzech macierzy blokowych: macierzy całego układu  $\mathbf{M}$ , macierzy wejść (nadawy bądź produktu) stopni układu  $\mathbf{F}$  i macierzy nadawy całego układu  $\mathbf{F}_0$ . W omawianym przypadku w macierzy blokowej  $\mathbf{M}$  występują: macierz jednostkowa  $\mathbf{I}$ , macierz zerowa  $\mathbf{0}$ , macierz przejścia  $\mathbf{P}$  i dwie macierze klasyfikacji  $\mathbf{C}$ . Macierz przejścia wyznaczono, bazując na dyskretnych postaciach funkcji selekcji i funkcji rozdrabniania, zaś macierze klasyfikacji – wykorzystując równanie, opisujące klasyfikację ziaren w komorze mielenia młyna. W pracy podano model (punkt 2.1), potwierdzono poprawność przyjętych dyskretnych postaci funkcji selekcji i funkcji rozdrabniania oraz przedstawiono sposób wyznaczenia macierzy przejścia dla fluidalnego mielenia ziaren (punkt 2.2), a także macierzy klasyfikacji grawitacyjnej i odśrodkowej ziaren (punkt 2.3). Weryfikacje modelu uzyskano opierając się na wynikach z badań eksperymentalnych, które przeprowadzono na laboratoryjnym stanowisku młyna strumieniowo-fluidyzacyjnego. Eksperyment obejmował mielenie wybranych klas ziarnowych kamienia wapiennego w warunkach burzliwej warstwy fluidalnej, co przedstawiono w części I i II artykułu (Zbroński, Górecka-Zbrońska 2007a, b). Parametrami identyfikacji były: współczynnik proporcjonalności – występujący w równaniu dyskretnych postaci funkcji selekcji oraz rozmiary ziaren granicznych – występujące w równaniu na diagonalę elementy macierzy klasyfikacji dla stopnia grawitacyjnego i stopnia odśrodkowego (punkt 3). Do oceny statystycznej prognozowania uziarnienia produktu mielenia zastosowano klasyczny test Fishera-Snedecora (punkt 4). Potwierdzono brak istotnych rozbieżności między oznaczeniami składu ziarnowego numerycznego i eksperymentalnego. Przeprowadzona weryfikacja eksperymentalna, identyfikacja parametryczna i ocena statystyczna modelu dowodzi, że możliwe jest adekwatne prognozowanie składu ziarnowego produktu mielenia strumieniowo-fluidalnego.

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF SELECTED PARAMETERS PROCESS  
ON THE PERFORMANCE OF FLUIDIZED BED OPPOSED JET MILL.  
PART IV: FORECASTING OF PARTICLE SIZE DISTRIBUTION OF GRINDING PRODUCT

Key words

Modelling, transition matrix, classification matrix, parametric identification, statistical estimation, grinding, fluidized bed opposed jet mill

Abstract

The industrial grinding devices, which work in the high-energetic fluidized bed conditions make it possible to obtain guaranteed particle size distribution of product and decrease of consumption energy. The matrix model for transformation of particle size distribution in the fluidized bed opposed jet mill is presented in the part IV of article. The proposed model contains the mass population balance of particle equation, in which are block matrices: the matrix of circuit  $\mathbf{M}$ , the matrix of inputs  $\mathbf{F}$  and the matrix of feed  $\mathbf{F}_0$ . The matrix  $\mathbf{M}$  contains blocks with the transition matrix  $\mathbf{P}$ , the classification matrix  $\mathbf{C}$ , the identity matrix  $\mathbf{I}$  and the zero matrix  $\mathbf{0}$ . The matrix was marked using with discrete forms of the selection and breakage functions, meanwhile the matrices of classification – using the equation, describing classification of grains in the grinding chamber of mill. In paper was discussed this model in details (part 2.1). The correctness of received form of the selection and breakage functions was confirmed. The method determination of the transition matrix for fluidized-jet grinding of grains (part 2.2) and the classification matrix for gravitational and centrifugal zones of grains (part 2.3) are presented. The verification of model obtained on basis results with experimental investigations, which were performed on a laboratory fluidized bed opposed jet mill. The experiment contained grinding of selected narrow size fractions of limestone in turbulent fluidized layer conditions, what in part I and part II of article (Zbroński, Górecka-Zbrońska 2007a, b) are presented. The parameters of parametric identification were: factor of proportionality – contained in the equation on the discrete form of selection function and sizes of limiting grains – contained in equation on the diagonal elements of classification matrix for stage of gravitational and centrifugal (part 3). The classic Fisher-Snedecor test was applied for estimation of prediction particle size distribution of grinding product (part 4). The significant divergences between numerical and experimental results of particle size distribution weren't affirmed. The experimental verification, parametric identification and statistical estimation of the proposed model showed that this model make it possible to forecasting particle size distribution of grinding product.