Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria
R. 31: 2022, Nr 3 (123), ISSN 1230–1493
DOI: 10.24425/pfns.2022.143324

Marek Nowak

Jaką postać mogłoby mieć rozwiązanie paradoksu *sorites* przez Bertranda Russella?

Słowa kluczowe: *nieostrość, paradoks „sorites", teza o korelacji, warunek małej zmiany, własność epistemiczna, własność ontyczna*

Centralnym pojęciem niniejszej pracy jest *nieostrość* w sensie opisanym przez Bertranda Russella w artykule *Vagueness* (1923). Russellowskie rozumienie tego pojęcia, podzielane przez wielu (por. np. Black 1937; Lewis 1986), ale nie wszystkich (por. np. Tye 1990; Pawłowski 1986), umożliwia dość banalne rozwiązanie paradoksu *sorites*. Jak pokażemy, wystarczy jeszcze jedynie rozważyć ów paradoks w takiej postaci, gdy w miejsce nieostrej własności z życia codziennego stosuje się jakąś znaną w fizyce, nieostrą wielkość makroskopową, która jest wyrażalna liczbowo. Synteza takiego sformułowania paradoksu oraz russellowskiego rozumienia nieostrości skutkuje uznaniem za fałszywą jednej z dwóch przesłanek paradoksalnego rozumowania dedukcyjnego. Prawdę powiedziawszy, samo skupienie uwagi na nieostrych własnościach makroskopowych w fizyce oraz sformułowanie paradoksu dla takich własności powoduje identyczne co do istoty pojmowanie zjawiska nieostrości, jakie miało miejsce w pracy Russella.

W literaturze poświęconej paradoksowi pojawiło się wiele prób jego rozwiązania, wykorzystujących, po pierwsze, różne logiki nieklasyczne, np. superwaluacje Basa Van Fraasena (1966) zastosowane przez Kita Fine'a (1975), subwaluacje Dominica Hyde'a (1997), logiki słabą i silną Stephena Kleene'ego

Marek Nowak, Uniwersytet Łódzki, Instytut Filozofii, ul. Lindleya 3/5, 90-131 Łódź; e-mail: marek.nowak1@uni.lodz.pl, ORCID: 0000-0003-3131-6051.

(1938, 1952) zastosowane, odpowiednio, przez Sörena Halldéna (1949) i Joannę Odrowąż-Sypniewską (2000), oraz logiki rozmyte (zob. np. Hájek 1998), zastosowane np. w pracy Petra Hájeka i Vilema Nováka (2003). Po drugie, aby uporać się z paradoksem, czasami stosuje się wyłącznie logikę klasyczną, jednakże wówczas postuluje się specjalne koncepcje nieostrości, np. tzw. epistemicyzm Timothy'ego Williamsona (1994) czy koncepcję autorstwa Petera Ungera (1979), zwaną przez Piotra Łukowskiego (2006) „nihilizmem". Rzeczywiście, pogląd Ungera na nieostrość jest skrajnie radykalny: nie istnieją własności nieostre i w konsekwencji nie istnieją obiekty posiadające takie własności. Wówczas, według Ungera, paradoks *sorites* nie powstaje, bowiem dodana przez niego do paradoksalnego wnioskowania przesłanka egzystencjalna o istnieniu obiektu mającego nieostrą własność jest fałszywa. Ów nihilizm może również skutkować rozwiązaniem paradoksu bez dodawania egzystencjalnej przesłanki. Wystarczy uznać, iż żadna z przesłanek paradoksalnego dedukcyjnego wnioskowania nie jest prawdziwa (żadna z nich nie jest również fałszywa), skoro ich presupozycja, w sensie Petera Strawsona (1950; 1952), postaci: „istnieje własność nieostra, której nazwa występuje w przesłankach", jest fałszywa. Po trzecie, istnieją mieszane próby rozwiązania paradoksu, wykorzystujące logiki nieklasyczne i jednocześnie specjalne koncepcje nieostrości. Przykładami są tu różne kontekstualistyczne koncepcje nieostrości, np. Hansa Kampa (1981), Jamie'ego Tappendena (1993), Scotta Soamesa (1999), Stewarta Shapiro (2006), choć niektóre poglądy wiążące znaczenie nieostrego predykatu z kontekstem wykorzystują jedynie logikę klasyczną (np. Burns 1991); można też wymienić Joannę Odrowąż-Sypniewską (2013). Przedstawiane tu rozwiązanie należy do drugiej klasy, tzn. stosuje się tu logikę klasyczną, a ponadto specjalną, russellowską koncepcję nieostrości.

Praca składa się z kilku części. Najpierw sformułujemy paradoks *sorites* w wersji tradycyjnej, a następnie w nowej teoriomnogościowej wersji, przy użyciu dwóch binarnych relacji związanych ze zmianami *małą* oraz *dużą* parametru odpowiedzialnego w skali mikro za paradoks. Następnie rozważymy paradoks *sorites* w fizyce klasycznej, co umożliwi wprowadzenie dystynkcji „własność *ontyczna* – własność *epistemiczna*" i w konsekwencji spowoduje rozwiązanie paradoksu. Na koniec pokażemy, że ta dystynkcja jest obecna, pod innym nazewnictwem, w artykule Russella z 1923 roku jako oczywisty skutek jego pojęcia nieostrości. Uzasadnimy w tej części pracy nasz pogląd, że gdyby Russell „na poważnie" rozważył „paradoks łysego" (wspomina on jedynie o nim w swoim tekście), ale nie dla „niełysości", lecz dla jakiejś nieostrej makroskopowej wielkości fizycznej, to prawdopodobnie podałby jego rozwiązanie podobne do zawartego w niniejszym artykule.

1. Tradycyjne sformułowanie paradoksu *sorites*

Tradycyjnie formułuje się paradoks stosu ziarenek w tzw. *dyskretnej* szacie matematycznej; istnieją sformułowania w innych szatach: *ciągłej* oraz *topologicznej* (por. Weber, Colyvan 2010), w zależności od postaci parametru w mikroskali odpowiedzialnego za paradoks. Dla naszych celów i z powodu dostatecznej jej ogólności wystarczy najprostsza, „dyskretna" jego postać.

Niech Ob będzie dowolnym niepustym zbiorem, f: $Ob \to N$, dowolną funkcją ze zbioru Ob w zbiór N wszystkich liczb naturalnych, k_0 – dowolną liczbą naturalną różną od 0, m_0 – dowolną liczbą naturalną oraz P – 1-argumentowym predykatem, którego ekstensją jest jakiś podzbiór zbioru Ob. Dla dowolnego $n \in N$ niech $\varphi(n)$ będzie skrótem dla wyrażenia: $\forall x \in Ob\ (f(x) = n \Rightarrow P(x))$. W najprostszej wersji paradoks *sorites* pojawia się z powodu akceptacji dwóch przesłanek:

(a) $\varphi(m_0)$, $\forall n \in N\ (\varphi(n) \Rightarrow \varphi(n + k_0))$

oraz odrzuceniu zdania:

$\varphi(m_0 + n_0)$,

gdzie $n_0 = kk_0$, dla pewnej liczby naturalnej $k > 1$. Bowiem, stosując k razy regułę odłączania dużego kwantyfikatora do drugiej z przesłanek (a) oraz odpowiednio regułę odrywania (*modus ponens*), wnioskujemy dedukcyjnie zdanie odrzucone $\varphi(m_0 + kk_0)$, jak następuje:

$$\begin{array}{l}
\varphi(m_0),\ \varphi(m_0) \Rightarrow \varphi(m_0 + k_0),\\
\varphi(m_0 + k_0) \Rightarrow \varphi(m_0 + 2k_0),\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
\varphi(m_0 + (k - 1)k_0) \Rightarrow \varphi(m_0 + kk_0),\\
\hline
\varphi(m_0 + kk_0).
\end{array}$$

W przypadku $m_0 = 0$ oraz $k_0 = 1$, paradoks otrzymuje się dzięki zastosowaniu nie tylko logiki klasycznej, ale ponadto aksjomatu indukcji (pierwszego rzędu):

$$[\varphi(0) \wedge \forall n\ (\varphi(n) \Rightarrow \varphi(n + 1))] \Rightarrow \forall n\ \varphi(n).$$

Wówczas bowiem z (a) i aksjomatu indukcji odrywamy $\forall n\ \varphi(n)$. Zatem $\varphi(n_0)$, co jest zdaniem odrzuconym.

Na przykład, z paradoksem łysego mamy do czynienia, gdy *Ob* – jest zbiorem wszystkich żyjących ludzi, *f* – funkcją przyporządkowującą każdej osobie w ustalonej chwili czasu liczbę włosów na jej głowie, $k_0 = 1$, $m_0 = 0$, $k = 10^5$, *P* – jest predykatem: „jest łysy". Wówczas formuła $\varphi(n)$ reprezentuje wyrażenie: „Ktokolwiek, kto ma *n* włosów na głowie, jest łysy". Przesłanki (a) mają postać: „Ktokolwiek, kto nie ma włosów na głowie, jest łysy", „Ktokolwiek, kto ma o jeden włos więcej od kogoś łysego, jest również łysy", zaś zdanie odrzucone: „Ktokolwiek, kto ma 100 tysięcy włosów na głowie, jest łysy".

Rozważmy inny przykład. Niech *f* będzie przyporządkowaniem każdej żyjącej osobie liczby dni jej życia, $k_0 = 1$ dzień, $m_0 = 3650$ dni (ok. 10 lat), $k = 32850$ (kk_0 to ok. 90 lat) oraz *P* reprezentuje orzeczenie „jest dzieckiem" (w znaczeniu: „jest bardzo młody i niedojrzały"). Wówczas przesłanki (a) paradoksalnego rozumowania mają postać: „Człowiek żyjący 3650 dni jest dzieckiem", „Ktokolwiek, kto żyje dłużej o jeden dzień od kogoś będącego dzieckiem, jest również dzieckiem". Zdanie odrzucone: „Człowiek żyjący 36500 dni (100 lat) jest dzieckiem".

Paradoks łatwo sformułować jako dedukcyjne rozumowanie prowadzące od akceptowanych przesłanek do sprzeczności. W tym celu zauważmy, że wówczas, gdy akceptujemy przesłanki (a) i odrzucamy zdanie $\varphi(m_0 + kk_0)$ dla pewnego $k > 1$, akceptujemy również następujące zdanie:

(b) $\forall n \in N\ (\varphi(n) \Rightarrow \psi(n + kk_0))$, dla tego samego $k > 1$,

gdzie dla dowolnego $n \in N$, $\psi(n)$ jest formułą z jedną zmienną wolną *n* postaci:

$\forall x \in Ob\ (f(x) = n \Rightarrow \neg P(x))$ (gdzie „$\neg$" jest spójnikiem negacji).

W powyższych przykładach zdania (b) czytamy odpowiednio następująco: „Nikt mający o 100 tysięcy włosów na głowie więcej od kogoś łysego nie jest łysy", „Nikt o 90 lat starszy od jakiegoś dziecka nie jest dzieckiem".

Teraz, rozumując jak poprzednio, na podstawie przesłanek (a) otrzymujemy: $\varphi(m_0 + kk_0)$. Analogicznie z pierwszej przesłanki (a) oraz zdania (b) mamy: $\psi(m_0 + kk_0)$. Zatem uznajemy zdania:

$\forall x \in Ob\ (f(x) = m_0 + kk_0 \Rightarrow P(x))$,
$\forall x \in Ob\ (f(x) = m_0 + kk_0 \Rightarrow \neg P(x))$,

z których, na podstawie dodatkowego, uzasadnionego empirycznie założenia, iż dla pewnego obiektu $x_0 \in Ob$ zachodzi: $f(x_0) = m_0 + kk_0$, uzyskujemy sprzeczność: $P(x_0)$, $\neg P(x_0)$.

Akceptacja samych przesłanek (a) nie wystarcza do wygenerowania paradoksu. Potrzeba jeszcze odrzucić zdanie $\varphi(m_0 + kk_0)$ dla pewnego $k > 1$ bądź akceptować silniejsze niż negacja tego zdania zdanie (b) dla tego samego k (silniejsze przy spełnieniu założeń: $\varphi(m_0)$ oraz $f(x) = m_0 + kk_0$ dla pewnego $x \in Ob$).

Istnieją predykaty P (oraz pozostałe parametry Ob, f, m_0, k_0), dla których spełnione są obie przesłanki (a), lecz zdania (b) są fałszywe dla wszystkich naturalnych liczb $k > 1$ oraz zdania $\varphi(m_0 + kk_0)$ są prawdziwe dla wszystkich k. Oczywiście paradoks wówczas nie powstaje. Na przykład niech $Ob = N$, f jest funkcją identycznościową, $k_0 = 2$, $m_0 = 0$ oraz P ma postać: „jest liczbą parzystą". Wtedy oczywiście zdania (a) są prawdziwe (można je zapisać w równoważnej postaci: $P(0)$, $\forall n \in N\ (P(n) \Rightarrow P(n + 2)))$, zaś zdanie (b), w równoważnej postaci: $\forall n \in N\ (P(n) \Rightarrow \neg P(n + 2k))$, jest fałszywe dla dowolnego k; zdania $\varphi(m_0 + kk_0)$, w równoważnej postaci: $P(2k)$, są prawdziwe dla każdego k.

Istnieje również taki zestaw wartości parametrów, dla którego zdanie (b) jest prawdziwe dla pewnego k, pierwsza z przesłanek (a) jest prawdziwa (zdanie $\varphi(m_0 + kk_0)$ jest zatem fałszywe), zaś druga z przesłanek (a) jest fałszywa, co oczywiście również nie prowadzi do paradoksu. Na przykład niech Ob będzie zbiorem wszystkich ludzi, którzy urodzili się w „naszej erze", funkcja f przyporządkowuje każdej osobie jej rok urodzenia (według porządku gregoriańskiego), $k_0 = 1$, $m_0 = 1901$, zaś predykat P ma postać: „jest urodzony w XX wieku". Wówczas dla $k = 100$ zdanie (b) jest prawdziwe. Aby to wykazać, załóżmy nie wprost, że jest ono fałszywe. Wówczas dla pewnego $n_1 \in N$ zdanie $\varphi(n_1)$, czyli $\forall x \in Ob\ (f(x) = n_1 \Rightarrow P(x))$, jest prawdziwe oraz zdanie $\psi(n_1 + 100)$, tzn. $\forall x \in Ob\ (f(x) = n_1 + 100 \Rightarrow \neg P(x))$, jest fałszywe. Stąd dla pewnego $x_1 \in Ob$ zachodzi: $f(x_1) = n_1 + 100$ oraz $P(x_1)$. Dlatego $1901 \leq n_1 + 100 \leq 2000$, a więc $1801 \leq n_1 \leq 1900$. Naturalnie dla pewnego $x_2 \in Ob$, $f(x_2) = n_1$. Wobec tego zachodzi $P(x_2)$, co jest absurdalne. Tymczasem drugie ze zdań (a) jest fałszywe. Bowiem zdanie $\varphi(2000)$ jest prawdziwe, zaś $\varphi(2000 + 1)$ jest fałszywe.

2. Teoriomnogościowe sformułowanie paradoksu

Na początek zauważmy, że w sytuacji, gdy akceptowana jest druga z przesłanek (a), akceptowane jest również zdanie: $\forall n \in N\ (\varphi(n + k_0) \Rightarrow \varphi(n))$. Podchodzimy bowiem symetrycznie do małej zmiany wartości parametru w mikroskali, jakim jest funkcja f. Na przykład jasne jest, iż jeżeli ktoś starszy o jeden dzień od jakiegoś dziecka jest uznany za dziecko, to również ktokolwiek młodszy od jakiegoś dziecka o jeden dzień również jest dzieckiem. Analogicznie, choć nie identycznie, postrzegamy dużą zmianę wartości parametru mikro: gdy akceptujemy zdanie (b) dla pewnego k, akceptujemy również zdanie: $\forall n \in N\ (\psi(n + kk_0) \Rightarrow \varphi(n))$, lecz nie dla każdej wartości k, dla której akceptujemy (b). Bywa tak dla względnie „małych" wartości k, że zdanie (b) jest akceptowane dla k, ale nie jest akceptowane zdanie $\forall n \in N\ (\psi(n + kk_0) \Rightarrow \varphi(n))$. Wówczas jednak istnieje takie k, większe od poprzedniego, iż akceptowane dla niego jest nie tylko zdanie (b), lecz również owo zdanie. Na przykład uznajemy zdanie (b): „Żaden człowiek starszy o 30 lat od jakiegoś dziecka nie jest dzieckiem", ale nie akceptujemy zdania: „Każdy człowiek młodszy o 30 lat od osoby niebędącej dzieckiem, jest dzieckiem". Jednakże nie tylko uznajemy zdanie: „Żaden człowiek starszy o 100 lat od jakiegoś dziecka nie jest dzieckiem", lecz również zdanie: „Każdy człowiek młodszy o 100 lat od osoby niebędącej dzieckiem, jest dzieckiem". Ostatecznie punktem wyjścia dla nowego sformułowania paradoksu są dwa następujące założenia:

(a') $\forall n \in N\ (\varphi(n) \Leftrightarrow \varphi(n + k_0))$,
(b') $\forall n \in N\ (\varphi(n) \Leftrightarrow \psi(n + kk_0))$, dla pewnej liczby naturalnej $k > 1$.

Kolejnym istotnym, aczkolwiek zupełnie oczywistym, założeniem jest następujący związek między mikroskopowym parametrem f i makroskopowym parametrem P:

(*) $\forall x,y \in Ob\ [f(x) = f(y) \Rightarrow (P(x) \Leftrightarrow P(y))]$.

W większości (o ile nie we wszystkich) przypadków wystąpienia paradoksu ziarenek, zbiór Ob jest skończony. Zatem dla nieskończenie wielu liczb naturalnych n formuły $\varphi(n)$, $\psi(n)$ są „pusto" spełnione. Rozważymy te formuły tylko dla skończenie wielu liczb naturalnych n, modyfikując nieco założenia (a'), (b'), przy czym przeciwdziedziną funkcji f będzie zbiór początkowych liczb naturalnych od 0 do m, gdzie m jest liczbą naturalną różną od zera, tzn. zakładamy warunek:

(**) dla każdej liczby naturalnej $n \leq m$ istnieje obiekt $x \in Ob$, taki, że $f(x) = n$.

Założenia (a'), (b') wyrazimy w równoważnych prostszych formach, zwanych tu odpowiednio *warunkiem małej zmiany* („wmz") i *warunkiem dużej zmiany* („wdz") *wartości parametru mikro*.

<u>Twierdzenie 1</u>. *Niech k_0, n_0, m będą dowolnymi liczbami naturalnymi takimi, że $k_0 < m$, $n_0 < m$, oraz niech f: $Ob \rightarrow \{0, ..., m\}$ będzie dowolną funkcją przekształcającą zbiór obiektów Ob na zbiór $\{0, 1, ..., m\}$. Ponadto niech P będzie jednoargumentowym predykatem, dla którego zachodzi związek* (*).

(1) *Wówczas następujące warunki są równoważne:*

(a') $\forall n \leq m - k_0\ [\forall x \in Ob\ (f(x) = n \Rightarrow P(x)) \Leftrightarrow \forall x \in Ob\ (f(x) = n + k_0 \Rightarrow P(x))]$,

(wmz) $\forall x,y \in Ob\ [\ |f(x) - f(y)| = k_0 \Rightarrow (P(x) \Leftrightarrow P(y))]$.

(2) *Ponadto, następujące warunki są równoważne:*

(b') $\forall n \leq m - n_0\ [\forall x \in Ob\ (f(x) = n \Rightarrow P(x)) \Leftrightarrow \forall x \in Ob\ (f(x) = n + n_0 \Rightarrow \neg P(x))]$,

(wdz) $\forall x,y \in Ob\ [\ |f(x) - f(y)| = n_0 \Rightarrow (\neg P(x) \Leftrightarrow P(y))]$.

<u>Dowód</u>. Załóżmy warunki (*), (**).
Dowód związku (1): ((a') ⇒ (wmz)). Załóżmy, że zachodzi:

(a') $\forall n \leq m - k_0\ [\forall z \in Ob\ (f(z) = n \Rightarrow P(z)) \Leftrightarrow \forall z \in Ob\ (f(z) = n + k_0 \Rightarrow P(z))]$.

Aby wykazać (wmz), przypuśćmy, że dla jakichś $x,y \in Ob$:

(α) $f(x) = f(y) + k_0$

(gdy $f(y) = f(x) + k_0$, dowód przebiega analogicznie). Z (a') zastosowanego dla $n = f(y)$ mamy:

(β) $\forall z \in Ob\ (f(z) = f(y) \Rightarrow P(z)) \Leftrightarrow \forall z \in Ob\ (f(z) = f(y) + k_0 \Rightarrow P(z))$.

Teraz, aby wykazać równoważność $P(x) \Leftrightarrow P(y)$, przypuśćmy, że:

(γ) $P(y)$.

Wówczas zachodzi lewa strona równoważności (β): $\forall z \in Ob\ (f(z) = f(y) \Rightarrow P(z))$. Bowiem gdy $f(z) = f(y)$, to z (*) otrzymujemy $P(z) \Leftrightarrow P(y)$, zatem $P(z)$, na mocy (γ). W ten sposób, zgodnie z (β), mamy jej prawą stronę: $\forall z \in Ob\ (f(z) = f(y) + k_0 \Rightarrow P(z))$. Stąd i z (α) uzyskujemy $P(x)$. Aby wykazać odwrotną implikację, załóżmy:

(δ) $P(x)$.

Wówczas zachodzi prawa strona równoważności (β). Bowiem gdy $f(z) = f(y) + k_0$, z (α) wynika, że $f(x) = f(z)$, zatem $P(x) \Leftrightarrow P(z)$, na mocy (*) i konsekwentnie, $P(z)$, na mocy (δ). W ten sposób lewa strona (β): $\forall z \in Ob\ (f(z) = f(y) \Rightarrow P(z))$ zachodzi, skąd bezpośrednio otrzymujemy $P(y)$.

((wmz) $\Rightarrow$ (a')): Załóżmy (wmz) i rozważmy dowolną liczbę naturalną $n \leq m - k_0$.

($\Rightarrow$): Przypuśćmy, że

(ε) $\forall x \in Ob\ (f(x) = n \Rightarrow P(x))$

i rozważmy dowolny obiekt $x_0 \in Ob$ taki, że $f(x_0) = n + k_0$. Na podstawie założenia (**), dla pewnego $x_1 \in Ob$, $f(x_1) = n$. Zatem z (ε) mamy $P(x_1)$. Ponadto $|f(x_0) - f(x_1)| = k_0$. Stąd oraz z (wmz) otrzymujemy $P(x_0) \Leftrightarrow P(x_1)$ i ostatecznie, $P(x_0)$.

($\Leftarrow$): Przypuśćmy, że

(ζ) $\forall x \in Ob\ (f(x) = n + k_0 \Rightarrow P(x))$.

Weźmy pod uwagę dowolny $x \in Ob$ taki, że $f(x) = n$, np. rozważany przed chwilą obiekt x_1. Naturalnie mamy również obiekt x_0 taki, że $f(x_0) = n + k_0$. Wówczas z (ζ) mamy $P(x_0)$. Ponieważ $|f(x_0) - f(x_1)| = k_0$, zatem $P(x_0) \Leftrightarrow P(x_1)$, na mocy (wmz) i konsekwentnie $P(x_1)$.

Dowód związku (2) przebiega analogicznie. □

Oczywiście związek (2) w twierdzeniu 1 mógłby być sformułowany nie dla wartości n_0, lecz dla tej samej wartości k_0, dla której sformułowano związek (1). Twierdzenie 1 można uogólnić również dla przypadku nieskończonej przeciwdziedziny funkcji f. Na przykład gdy $Ob = N$, f jest funkcją identycznościową, $k_0 = 2$ oraz P reprezentuje orzeczenie „jest liczbą parzystą", prawdziwa równoważność (1) ma prostszą postać:

$$\forall n \in N\ (P(n) \Leftrightarrow P(n + 2)) \Leftrightarrow \forall n, m \in N\ (|n - m| = 2 \Rightarrow (P(n) \Leftrightarrow P(m))),$$

przy czym obydwie jej strony są prawdziwe. Prawdziwa równoważność (2) ma postać następującą:

$$\forall n \in N\ (P(n) \Leftrightarrow \neg P(n + n_0)) \Leftrightarrow \forall n, m \in N\ (|n - m| = n_0 \Rightarrow (\neg P(n) \Leftrightarrow P(m))),$$

przy czym dla $n_0 = 2k$, $k > 1$, obydwie jej strony są fałszywe.

Nazwy „mała zmiana", „duża zmiana" pojawiające się w nazwach warunków dotyczących wartości parametru mikro są o tyle uzasadnione, o ile zachodzi następujące dodatkowe istotne założenie: liczba k_0 jest mniejsza od liczby n_0. Ponieważ w dalszym ciągu zakładamy warunki (a'), (b'), gdy n_0 jest wielokrotnością liczby k_0, więc założenie to jest spełnione. Naturalnie na mocy twierdzenia 1, zakładanie warunków (a'), (b') jest równoważne zakładaniu warunków (wmz), (wdz). Zakładamy więc *warunek małej zmiany*, według którego dowolne dwa obiekty różniące się niewiele wartościami mikroparametru f, albo oba należą do ekstensji predykatu P, albo oba tam nie należą. Zakładamy również *warunek dużej zmiany*, mówiący, iż dla dowolnych dwóch obiektów różniących się znacznie wartościami mikroparametru f, dokładnie jeden należy do ekstensji predykatu P.

Dla dowolnej relacji binarnej ρ określonej na jakimś zbiorze A, niech symbol ρ^{-} oznacza tranzytywne domknięcie relacji ρ, tzn. najmniejszą relację przechodnią na A zawierającą ρ. Z jednej strony, ρ^{-} jest przekrojem wszystkich relacji przechodnich na A zawierających relację ρ, z drugiej strony, dla dowolnych $x, y \in A$:

$x\ \rho^{-}\ y \Leftrightarrow$ dla pewnej liczby naturalnej $m > 0$ istnieją $z_1, z_2, ..., z_m \in A$ takie, że $x\ \rho\ z_1$, $z_1\ \rho\ z_2$, ..., $z_{(m-1)}\ \rho\ z_m$, oraz $z_m = y$.

<u>Twierdzenie 2</u>. *Niech* ρ_1, ρ_2 *będą dowolnymi relacjami binarnymi określonymi na zbiorze Ob, takimi, że:*

(1) $\rho_2 \subseteq \rho_1^{-}$ (*tzn. relacja* ρ_2 *zawiera się w relacji* ρ_1^{-}),
(2) $\rho_2 \neq \varnothing$ (*tzn. relacja* ρ_2*, jako zbiór par uporządkowanych, jest niepusta*).

Wówczas nie istnieje binarna relacja R na Ob spełniająca następujące warunki:

(3) *R jest relacją równoważności na Ob,*
(4) $\rho_1 \subseteq R$,
(5) $\rho_2 \subseteq -R$ (*tzn.* $R \cap \rho_2 = \varnothing$; *relacja –R jest dopełnieniem relacji R do zbioru wszystkich par uporządkowanych elementów zbioru Ob*).

<u>Dowód</u>. Niech ρ_1, ρ_2 będą relacjami spełniającymi warunki (1), (2). Załóżmy nie wprost, że istnieje relacja R na Ob spełniająca warunki (3)–(5). Wówczas z (3), (4), definicji tranzytywnego domknięcia oraz tego, że relacja równoważnościowa jest przechodnia, otrzymujemy $\rho_1^{-} \subseteq R$. Zatem z (1): $\rho_2 \subseteq R$, co razem z (5) implikuje: $\rho_2 = \varnothing$; sprzeczność z (2). □

Formułujemy paradoks następująco. Rozważamy zbiór obiektów Ob, funkcję $f\colon Ob \to \{0, ..., m\}$, $k_0 < m$, $n_0 < m$, $n_0 = kk_0$, dla pewnego $k > 1$ oraz predykat jednoargumentowy P, takie, że zachodzą warunki: (*), (**), (wmz), (wdz). Teraz zdefiniujmy następujące dwie relacje binarne ρ_1, ρ_2: dla dowolnych $x, y \in Ob$, $x\ \rho_1\ y \Leftrightarrow |f(x) - f(y)| = k_0$ oraz $x\ \rho_2\ y \Leftrightarrow |f(x) - f(y)| = n_0$. Wówczas zachodzi: $\rho_2 \subseteq \rho_1^{-}$ oraz $\rho_2 \neq \varnothing$. Bowiem gdy $x\ \rho_2\ y$, powiedzmy $f(y) = f(x) + kk_0$, to, na mocy (**), istnieją $z_1, z_2, ..., z_k \in Ob$, takie, że $f(z_1) = f(x) + k_0$, $f(z_2) = f(z_1) + k_0$, ..., $f(z_k)$

$= f(z_{(k-1)}) + k_0$ oraz $z_k = y$, to znaczy $x\ \rho_1\ z_1$, $z_1\ \rho_1\ z_2$, …, $z_{(k-1)}$ $\rho_1\ y$. Ostatecznie, $x\ \rho_1^{-}\ y$.

W ten sposób warunki (1), (2) twierdzenia 2 są spełnione. Zatem według tego twierdzenia nie istnieje relacja binarna *R* na zbiorze *Ob* spełniająca warunki (3)–(5). Tymczasem następująca relacja: $xRy \Leftrightarrow (P(x) \Leftrightarrow P(y))$, dowolne $x, y \in Ob$, spełnia te warunki. Bowiem z definicji, *R* jest relacją równoważności (warunek (3)). Warunek małej zmiany (wmz) jest inaczej zapisanym warunkiem (4). Warunek dużej zmiany (wdz) jest inaczej zapisanym warunkiem (5).

3. Rozwiązanie (wyjaśnienie i usunięcie) paradoksu

Aby przystąpić do próby rozwiązania paradoksu *sorites*, kierując się poglądami Bertranda Russella na nieostrość, należy sformułować paradoks dla własności makroskopowej, tej nazywanej predykatem *P*, gdy jest ona wielkością wyrażalną liczbowo, co wygodnie będzie uczynić dla jakiejś własności rozważanej w fizyce. Własność wyrażona predykatem *P* („jest łysy”, „jest dzieckiem”, „jest stary”, „jest stosem (kopcem) ziarenek”, „jest czerwony”) ma zazwyczaj charakter czysto jakościowy, tzn. nie jest wyrażana liczbowo oraz jej przysługiwanie bądź nieprzysługiwanie jest stwierdzane empirycznie za pomocą zmysłów. To wyłącznie w celu uzyskania paradoksu wprowadza się funkcję *f* stowarzyszającą tę własność z liczbami. Ani „łysość”, ani bycie „dzieckiem”, ani „czerwoność” itd. nie są definiowane poprzez funkcję *f* ani poprzez jej wartości liczbowe. Można naturalnie rozważać, co za chwilę będzie naszym zadaniem, generującą paradoks własność danego obiektu postaci: „ma temperaturę 20 stopni Celsjusza”, stowarzyszoną z liczbą i której przysługiwanie ustala się empirycznie. Jednakże ta liczba nie jest w żaden sposób związana z wystąpieniem paradoksu, jak widać to na następującym przykładzie. Usunięcie jednej cząsteczki o maksymalnej energii kinetycznej ze zbiornika gazu doskonałego o temperaturze 20 stopni Celsjusza nie powoduje zmiany tej temperatury mierzonej odpowiednim przyrządem (warunek małej zmiany). Usunięcie najszybszych cząsteczek tego gazu w liczbie połowy wszystkich jego molekuł powoduje zmianę temperatury tego gazu z 20 stopni na znacznie niższą (warunek dużej zmiany). Bowiem za powstanie paradoksu, czyli jednoczesne uznanie warunków małej i dużej zmiany, odpowiedzialna jest wielkość *mikroskopowa* wyrażalna w liczbach, a więc liczba włosów, liczba dni od dnia urodzin, długość fali światła, liczba ziarenek, liczba molekuł gazu itd. Wyrażalna liczbowo makroskopowa własność nazwana predykatem *P* nie jest definiowana poprzez ową wielkość mikroskopową, jednak jawi się jako wielkość z nią związana, a więc identycznie, jak to ma miejsce dla własności makroskopowych czysto jakościowych. Krótko mówiąc, dla własności makroskopowej, której wielkość jest wyrażalna przy użyciu liczb rzeczywistych, nie unikamy wystąpienia paradoksu, jednakże, jak mamy nadzieję, będziemy potrafili się z nim uporać.

Rozważmy dowolną własność makroskopową, której wielkość jest wyrażalna liczbą rzeczywistą. Na ogół mówi się o tego typu własności, iż w różnym stopniu (liczbowym) przysługuje ona obiektom. Obecnie wygodnie jednak będzie mówić, że nie mamy do czynienia z jedną stopniowalną własnością, lecz z różnymi własnościami – każdej z nich jest przyporządkowany inny stopień natężenia. Zatem zamiast mówić o jednej własności temperatury w różnym stopniu przysługującej obiektowi, będziemy mówić o własności temperatury 20 stopni Celsjusza jako różnej od własności temperatury 21 stopni. Co więcej, żeby wyjaśnić zjawisko paradoksu *sorites* w zgodzie z poglądami Russella, z każdą liczbą rzeczywistą z odpowiedniego przedziału, np. liczbą stopni Celsjusza, stowarzyszamy dokładnie jedną własność, nazwijmy ją *ontyczną*, np. temperaturę w tym stopniu. Naturalnie, takie dogłębne zróżnicowanie własności jest niewykrywalne przez przyrządy pomiarowe. Być może nieskończenie wiele własności ontycznych będzie uchwytnych w badaniu empirycznym w postaci jednej własności *epistemicznej*, zależnie od dokładności urządzenia pomiarowego.

W ramach fizyki klasycznej, wielkość liczbowa temperatury gazu doskonałego zamkniętego w danym zbiorniku jest wyrażalna poprzez średnią arytmetyczną energii kinetycznych wszystkich molekuł gazu. Związek ten ma postać:

(***) $E = (3/2)kT$,

gdzie T jest temperaturą wyrażoną w stopniach Kelvina, k – tzw. stałą Boltzmanna oraz $E = (1/2)m(v_1{}^2 + ... + v_N{}^2)/N$, jest średnią energią kinetyczną cząsteczki gazu (m jest masą każdej cząsteczki, N – liczbą wszystkich cząsteczek gazu w zbiorniku oraz v_i, $i = 1, ..., N$, jest prędkością i-tej molekuły). Załóżmy, że N jest dostatecznie dużą liczbą, aby powyższy wzór miał zastosowania praktyczne, np. $N > 10^{23}$. Załóżmy ponadto, że zbiornik gazu jest układem izolowanym. W ten sposób suma energii kinetycznych wszystkich cząstek gazu, czyli wielkość NE, jako energia całkowita, jest wielkością stałą i wyznacza dokładnie jedną temperaturę gazu. Gdy układ przestanie być izolowany, mianowicie w taki sposób, iż usuniemy ze zbiornika jedną molekułę o maksymalnej prędkości, to temperatura gazu mierzona nawet najdokładniejszym termometrem, powiedzmy 20 stopni Celsjusza, nie zmieni się. Jednakże dokładna wartość liczbowa temperatury zmieni się, zgodnie ze wzorem (***), bowiem zmieni się średnia energia kinetyczna cząstek gazu. Innymi słowy, makroskopowa własność ontyczna zmieni się na inną własność ontyczną (temperatury). Suma dużej liczby małych zmian mikroskopowych, np. usunięcie (po jednej) połowy wszystkich molekuł, i to tych najszybszych, jest dużą zmianą mikroskopową, wymuszającą zmianę własności makroskopowej, np. z temperatury 20 stopni Celsjusza na –100. Nie występuje tu żaden paradoks. Tymczasem założenie warunku małej zmiany prowadzi w konsekwencji (przez zastosowanie logiki klasycznej i teorii mnogości) do tezy, iż suma dużej liczby małych zmian parametru mikro, nie powoduje zmiany własności makro. Z drugiej strony jednak suma dużej liczby małych zmian, będąc zmianą dużą parametru mikro, przejawia się zmianą własności makro. Oto paradoks. Zmiana duża wartości parametru mikro niewątpliwie przejawia się w postaci zmiany własności makro. Innymi słowy, warunek dużej zmiany jest całkowicie zasadny. Natomiast warunek małej zmiany jest fałszywy. W naszym przykładzie prawdą jest, że dla każdej, wziętej z odpowiedniego przedziału liczbowego, temperatury T (ontycznej, tzn. występującej we wzorze (***)) istnieją dwa takie stany x, y gazu doskonałego, że w stanie y gaz ma o jedną molekułę więcej niż w stanie x, oraz jest fałszem równoważność: $P_T(x) \Leftrightarrow P_T(y)$, w której P_T jest predykatem: „ma temperaturę T obliczaną według wzoru (***)". Przy małej zmianie wartości parametru mikro, bądź ludzkie wyposażenie poznawcze nie jest w stanie zarejestrować małej zmiany ontycznej własności makro, bądź dla celów praktycznych rezygnujemy z wielkiej dokładności w ustaleniu własności makro; tak czy inaczej postulujemy jej niezmienność. Jest to postulat błędny – niezależnie od ludzkich możliwości poznawczych własność makro (ontyczna) zmienia się minimalnie na inną. Oczywiście w przypadku własności, która nie jest wyrażalna liczbowo, ta zmiana nie jest widoczna ani wyrażalna w języku – mamy jedną własność epistemiczną, tzn. w jednym stopniu. Zmiana mikro polegająca na usunięciu jednego włosa z głowy niełysej osoby nie powoduje zmiany epistemicznej makrowłasności niełysości. Powoduje jednak zmianę własności ontycznej niełysości na inną własność ontyczną niełysości. Aby się z tym zgodzić, wystarczy własność niełysości (lub łysości) wyrazić liczbowo, np. jako gęstość włosów na głowie (liczbę włosów na jednostkowej powierzchni górnej części głowy).

W niniejszej pracy przyjmujemy jedno z fundamentalnych założeń współczesnej filozofii nauki: matematyka jest adekwatnym narzędziem do opisu natury. Matematyczne związki między modelami w mikroskali a modelami w makroskali danego wycinka rzeczywistości fizycznej (por. np. mechanikę statystyczną z termodynamiką – wzór (***)) wskazują na prawdziwość następującej tezy o korelacji:

> Teza o korelacji. Mała zmiana wartości parametru w skali mikro jest skorelowana (czy wręcz powoduje zmianę) ze zmianą wartości pewnego stowarzyszonego parametru w skali makro.

Teza ta jest sprzeczna z jedną z dwóch przesłanek generujących paradoks *sorites* – mianowicie z przesłanką zwaną tu *warunkiem małej zmiany*, według którego mała zmiana wartości parametru mikro nie powoduje żadnej zmiany wartości odpowiedniego parametru makro. Uznanie tezy o korelacji oznacza zakwestionowanie warunku małej zmiany, a tym samym stanowi rozwiązanie paradoksu *sorites*.

Uznanie negacji warunku małej zmiany dotyczy naturalnie tej „właściwej" własności makro, tzn. własności ontycznej. W warunku małej zmiany generującym paradoks pojawia się własność epistemiczna. Ktoś zatem mógłby sformułować zarzut, że dla epistemicznej własności paradoks obowiązuje. Otóż własność epistemiczna jest tylko niedokładnym *reprezentantem* własności ontycznej, własność ontyczna „objawia się" jako dana zmysłowa w postaci własności epistemicznej. Uznawanie warunku małej zmiany bądź jego negacji dla własności epistemicznej jest pozbawione wszelkiej wartości poznawczej i mówiąc potocznym językiem, nie ma sensu. To tak, jakby na podstawie oglądu mapy Europy w skali 1:10 000 000 twierdzić, iż odległość z Warszawy do Berlina jest taka sama jak z Warszawy do Mińska, albo wręcz przeciwnie, że odległości te nie są identyczne. Odcinek na mapie między punktami reprezentującymi miasta Warszawa i Berlin jest niedokładnym reprezentantem (własnością epistemiczną pary tych miast) odległości (własności ontycznej pary miast) między miastami. Oczywiście dla pewnych praktycznych celów można poprzestać na pobieżnym oglądzie i posługiwać się niedokładnymi danymi. Nie można jednak danych szacunkowych umieszczać jako przesłanek w precyzyjnym dedukcyjnym wnioskowaniu. Stosunek między własnością ontyczną a jej epistemicznym reprezentantem został uchwycony przez Russella w *Vagueness* (1923). Przedstawienie jego poglądów w tej kwestii lepiej naświetli zaprezentowane tu rozwiązanie paradoksu.

4. Wkład Bertranda Russella w rozwiązanie paradoksu

Patrząc z historycznego punktu widzenia, jest oczywiste, że teza o korelacji małej zmiany parametru mikro z małą zmianą odpowiedniego parametru makro pozostaje w zgodzie z poglądem Bertranda Russella (1923), iż nieostrość parametru makroskopowego (tzn. predykatu lub własności nim wyrażonej) nie ma charakteru ontologicznego, lecz jedynie epistemologiczny. Podstawowe dla rozwiązania paradoksu rozróżnienie, którym posługiwaliśmy się do tej pory: własność *ontyczna* oraz nieostra własność *epistemiczna*, jest inspirowane właśnie tym poglądem.

> Nieostrość, jak i precyzja to cechy, które mogą przysługiwać wyłącznie reprezentacji, a jej przykładem jest język. Mamy w nich do czynienia z relacją między reprezentacją a tym, co jest przez nią reprezentowane. Poza reprezentacją, poznawczą bądź mechaniczną, takie obiekty jak nieostrość i precyzja nie mogą istnieć; rzeczy są takie, jakie są, i na tym koniec. Nic nie jest

> mniej więcej takim, jakim jest, lub do pewnego stopnia posiada te cechy, które posiada (Russell 1923, s. 85).

> Rozważmy rozmaite przypadki, w jakich potoczne słowa bywają nieostre, zaczynając od takiego słowa jak „czerwony". Ponieważ kolory tworzą *continuum*, jest zupełnie oczywiste, że istnieją takie odcienie, których nazywanie czerwonymi lub nieczerwonymi będzie wątpliwe, nie z powodu naszej nieznajomości znaczenia słowa „czerwony", ale dlatego, że zakres stosowania tego słowa jest istotnie niepewny. To, oczywiście, stanowi rozwiązanie starego problemu człowieka, który stał się łysy. Zakłada się, że najpierw nie był on łysy, następnie tracił włosy pojedynczo, jeden za drugim, i w końcu stał się łysy; dlatego, tak się oto argumentuje, musi istnieć jeden włos, którego strata powoduje przekształcenie człowieka niełysego w łysego. To oczywiście jest absurdalne. Łysość jest nieostrym pojęciem; niektórzy ludzie są z pewnością łysi, niektórzy z pewnością niełysi, tymczasem między nimi znajdują się ci, o których nie jest prawdą powiedzieć, że muszą być łysi lub niełysi. Prawo wyłączonego środka jest prawdziwe, gdy dotyczy symboli precyzyjnych, ale nie jest prawdziwe, gdy symbole są nieostre, a faktycznie takimi są wszystkie symbole (Russell 1923, s. 85).

> Bodźce, o których z rozmaitych powodów sądzimy, że są różne, powodują w nas nierozróżnialne wrażenia zmysłowe. Nie jest jasne, czy same wrażenia są czasem podobne pod pewnymi względami, nawet gdy bodźce różnią się pod specyficznymi względami. To jest ten rodzaj pytania, na które mogłaby odpowiedzieć teoria wielkości na znacznie późniejszym stopniu rozwoju niż dzisiaj, ale obecnie odpowiedź jest wątpliwa. Biorąc pod uwagę nasze cele, nie jest to żywotne pytanie. W każdym razie jasne jest to, że wiedza uzyskana z naszych wrażeń zmysłowych nie jest tak zróżnicowana jak odpowiadające tym wrażeniom bodźce. Nie możemy gołym okiem dostrzec różnicy między szklanką wody czystej a szklanką wody pełnej bakterii tyfusu. W tym wypadku mikroskop umożliwia nam ustalenie tej różnicy, ale gdy nim nie dysponujemy, jest ona tylko wyprowadzalna z różnych skutków rzeczy zmysłowo nierozróżnialnych. To jest właśnie ten fakt, że rzeczy, których nasze zmysły nie rozróżniają, powodują różne skutki – na przykład gdy jedna szklanka wody spowoduje tyfus, a druga nie – co prowadzi nas do postrzegania wiedzy uzyskanej z danych zmysłowych jako nieostrej. A nieostrość wiedzy opartej na danych zmysłowych zaraża wszystkie słowa definiowane przez elementy wrażeniowe (Russell 1923, s. 86).

Russell podaje definicję *nieostrości* jako własności przysługującej pewnej reprezentacji czegoś, zaczynając od definicji *reprezentacji ścisłej* (czy „ostrej", *accurate*). Jedna struktura jest *ścisłą* reprezentacją drugiej, gdy są one izomorficzne:

> Nadszedł czas, aby zająć się definicją nieostrości. Nieostrość, choć jest stosowana głównie do tego, co poznawcze, jest pojęciem stosowalnym do każdego rodzaju reprezentacji – na przykład fotografii lub barometru. Lecz zanim zdefiniujemy nieostrość, jest konieczne, aby zdefiniować ścisłość. [...] Jeden system związanych ze sobą na różne sposoby pojęć jest ścisłą reprezentacją innego systemu pojęć związanych ze sobą na różne inne sposoby, gdy istnieje jedno-jednoznaczna relacja między pojęciami jednego i drugiego systemu, oraz podobnie, jedno-jednoznaczna relacja między relacjami jednego i drugiego systemu, tak że gdy dwa lub więcej pojęć jednego systemu są w relacji z tego systemu, to odpowiadające im pojęcia z drugiego systemu są w relacji z drugiego systemu odpowiadającej tej z pierwszego. Mapy, wykresy, tabele, fotografie, katalogi itd., wszystkie podpadają pod tę definicję, o ile są ścisłe (Russell 1923, s. 88).

Nieostrość reprezentacji ma miejsce wówczas, gdy relacja między strukturami nie jest funkcją jedno-jednoznaczną:

> *Per contra*, reprezentacja jest nieostra, gdy relacja między systemem reprezentującym a reprezentowanym nie jest jeden-jeden, a jeden-wiele. Na przykład fotografia, która jest tak zamazana, że może przedstawiać równie dobrze Browna lub Jonesa albo Robinsona, jest nieostra. Mapa w małej skali jest zazwyczaj bardziej nieostra niż mapa w dużej skali, ponieważ nie pokazuje ona wszystkich zakrętów dróg, zakoli rzek itd., zatem różnorakie, nieznacznie się różniące przebiegi są spójne z reprezentacją, którą ona stanowi. Jest jasne, że nieostrość jest stopniowalna, w zależności od wielkości możliwych różnic między różnymi systemami reprezentowanymi przez tę samą reprezentację. Ścisłość, przeciwnie, jest idealną granicą (Russell 1923, s. 88).

Nieostrość wielkości (własności) makro, skutkująca akceptacją warunku małej zmiany dla stowarzyszonej wielkości mikro (a więc prowadząca do paradoksu *sorites*), jest według Russella spowodowana oglądem (układu fizycznego) „z dalszej perspektywy". To znaczy, że tak jak fotografia obiektu wykonana z dalszej perspektywy nie uwidacznia jego szczegółów i przedstawia go z pewną niedokładnością, tak i przypisywanie własności makroskopowej danemu obiektowi następuje tylko z pewną niedokładnością. Ta własność jest jedynie niedokładną reprezentacją ontycznej własności – jest jakby widokiem ontycznej własności na fotografii zrobionej z oddalenia. Z powodu takiego a nie innego naszego wyposażenia poznawczego, ontyczna własność obiektu jest oglądana jako niedokładna własność epistemiczna. Własność ontyczna, czyli to, co w obiekcie, niezależnie od naszego jego poznania, jest odpowiedzialne za istnienie owej nieostrej własności, jest według Russella taka, jaka jest, tzn. ani dokładna, ani niedokładna, ani ostra, ani nieostra.

> Nieostrość naszej wiedzy jest, jak sądzę, jedynie szczególnym przypadkiem ogólnego prawa fizyki, tego mianowicie, w myśl którego widoki rzeczy w różnych miejscach są coraz mniej rozróżniane, gdy oddalamy się od niej. Kiedy mówię o „widokach", mówię o czymś czysto fizycznym – o tego typu zjawisku, które rzeczywiście może być sfotografowane, o ile jest widzialne. Na podstawie fotografii zrobionej z bliska można wyobrazić sobie fotografię tego samego obiektu zrobioną z daleka, ale odwrotne wyobrażanie jest dużo bardziej nieskuteczne. To znaczy, relacja między dalekimi a bliskimi widokami jest typu jeden-wiele. Dlatego, zgodnie z naszą definicją, widok z daleka, traktowany jako reprezentacja widoku z bliska, jest nieostry. Myślę, że każda nieostrość w języku i myśleniu jest w istocie analogiczna do nieostrości w fotografii (Russell 1923, s. 91).

Otóż ta ontyczna własność, czy po prostu pewien parametr w skali makro, do którego nie stosuje się dystynkcja „ostry – nieostry", przejawiający się czy reprezentowany w naszym poznaniu w postaci owej nieostrej, epistemicznej własności, jest taki, iż zmiana jego wartości jest skorelowana ze zmianą wartości odpowiedniego stowarzyszonego z nim parametru w skali mikro. Krótko mówiąc, dla własności ontycznej obowiązuje teza o korelacji, nie obowiązuje zaś warunek małej zmiany. Ten ostatni jest uznawany jako zachodzący dla reprezentanta własności ontycznej, czyli dla własności epistemicznej. Zatem jest on jedynie opisem własności ontycznej oglądanej z dalszej perspektywy i dlatego jego uznawanie czy odrzucanie winno przebiegać „z przymrużeniem oka". To tak, jakby oglądając z dużej odległości dwoje osób, stwierdzić na podstawie tego oglądu, iż mają one ten sam wzrost, gdy tymczasem są one różnego wzrostu, lecz jedna z osób znajduje się bliżej obserwatora niż druga, a ten fakt nie jest oglądany. Paradoks *sorites* pod względem ostentacyjnej niefrasobliwości stosowania warunku małej zmiany jako przesłanki dedukcyjnego wnioskowania jest podobny do następującego rozumowania. Przesłanka pierwsza: mój znajomy, pan A, znacznie ode mnie wyższy, ma ten sam wzrost, co nieznany mi pan B (uzasadnienie tej przesłanki jest oparte na wyglądzie spostrzeżeniowym obu panów uzyskanym z dużej odległości). Przesłanka druga: pan B jest tego samego wzrostu co ja (uzasadnienie polega na porównaniu wzrostu obu osób, gdy znajdują się one w postawie wyprostowanej w odległości 10 cm od siebie). Wniosek: pan A i ja mamy ten sam wzrost.

Przykład. Parametr mikro: liczba włosów na powierzchni ludzkiej głowy bez powierzchni twarzy. Skorelowany z nim ontyczny parametr makro: średnia gęstość włosów na głowie, tzn. iloraz liczby wszystkich włosów i wielkości powierzchni głowy bez powierzchni twarzy. Parametr epistemiczny, tzn. reprezentant parametru ontycznego: parametr o wartościach: kompletnie łysy, łysy, nieco łysy, niełysy, mający bujną czuprynę. Prawdziwa teza o korelacji: *jeżeli liczby wszystkich włosów na głowie jednej osoby w różnych momentach czasowych różnią się o jeden, to średnie gęstości włosów na głowie tej osoby w owych momentach czasowych również się różnią* (naturalnie nieznacznie i nie do wykrycia zmysłami, nawet „przedłużonymi" o jakieś przyrządy). Fałszywy warunek małej zmiany: *jeżeli liczby wszystkich włosów na głowie jednej osoby w różnych momentach czasowych różnią się o jeden, to średnie gęstości włosów na głowie tej osoby w owych momentach czasowych są identyczne.* Przybliżony warunek małej zmiany dla parametru epistemicznego: *jeżeli liczby wszystkich włosów na głowie jednej osoby w różnych momentach czasowych różnią się o jeden, to w obu tych momentach czasowych zachodzi dokładnie jeden z następujących stanów rzeczy: ta osoba jest kompletnie łysa, ta osoba jest łysa, ta osoba jest nieco łysa, ta osoba jest niełysa, ta osoba ma bujną czuprynę.*

Bibliografia

Black M. (1937), *Vagueness, an exercise in logical analysis*, „Philosophy of Science" 4, s. 427–455.

Burns L.C. (1991), *Vagueness: An Investigation into Natural Languages and the Sorites Paradox*, Dordrecht: Kluwer.

Égré P. (2015), *Vagueness: Why Do We Believe in Tolerance?*, „Journal of Philosophical Logic" 44, s. 663–679.

Fine K. (1975), *Vagueness, Truth and Logic*, „Synthese" 30, s. 265–300.

Hájek P. (1998), *Metamathematics of fuzzy logic*, Dordrecht: Springer.

Hájek P., Novák V. (2003), *The Sorites Paradox and Fuzzy Logic*, „International Journal of General Systems" 32 (4), s. 373–383.

Halldén S. (1949), *The Logic of Nonsense*, Uppsala: Uppsala Universitets Arsskrift.

Hyde D. (1997), *From heaps and gaps to heaps of gluts*, „Mind" 106, s. 641–660.

Kamp H. (1981), *The Paradox of the Heap*, w: U. Mönnich (red.), *Aspects of Philosophical Logic*, Dordrecht: Reidel, s. 225–277.

Kleene S.C. (1938), *On a notation for ordinal numbers*, „The Journal of Symbolic Logic" 3, s. 150–155.

Kleene S.C. (1952), *Introduction to Metamathematics*, Amsterdam: North-Holland.

Lewis D. (1986), *On the Plurality of Worlds*, Oxford: Basil Blackwell.

Łukowski P. (2006), *Paradoksy*, Łódź: Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.

Odrowąż-Sypniewska J. (2000), *Zagadnienie nieostrości*, Warszawa: Wydawnictwo Wydziału Filozofii i Socjologii UW.

Odrowąż-Sypniewska J. (2013), *Kontekstualizm i wyrażenia nieostre*, Warszawa: Semper.

Pawłowski T. (1986), *Tworzenie pojęć w naukach humanistycznych*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Russell B. (1923), *Vagueness*, „Australian Journal of Philosophy and Psychology" 1, s. 84–92.

Shapiro S. (2006), *Vagueness in Context*, Oxford: Oxford University Press.

Soames S. (1999), *Understanding Truth*, New York: Oxford University Press.

Tappenden J. (1993), *The Liar and Sorites Paradoxes: Towards a Unified Treatment*, „The Journal of Philosophy" 90, s. 551–577.

Tye M. (1990), *Vague Objects*, „Mind" 99, s. 535–557.

Unger P. (1979), *There are no ordinary things*, „Synthese" 41, s. 117–154.

Van Fraassen B. (1966), *Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic*, „The Journal of Philosophy" 63, s. 481–495.

Weber Z., Colyvan M. (2010), *A Topological Sorites*, „The Journal of Philosophy" 107, s. 311–325.

Williamson T. (1994), *Vagueness*, London: Routledge.

M a r e k N o w a k

What could be a Bertrand Russell's solution of *sorites* paradox?

Keywords: *condition of small change, correlation thesis, epistemic property, ontic property, „sorites" paradox, vagueness*

The mathematical connections between microscale and macroscale models of a given piece of physical reality (compare e.g., statistical mechanics with thermodynamics) justify the following *correlation thesis*: a small change of value of a microscopic parameter (e.g. a change of number of molecules in a given volume of ideal gas) is correlated with a change of value of the associated macroscopic parameter (e.g. a change of temperature of ideal gas). The thesis stands in contradiction to one of the two premises in the *sorites* paradox, called here the *condition of small change* (cf. Paul Égré's 'tolerance principle'), according to which a small change of value of a microscopic parameter has negligible impact on a change of value of a corresponding macroscopic parameter. Acceptance of the correlation thesis results in a waiving of the condition of small change, and consequently provides a solution of the paradox. The correlation thesis coincides with Bertrand Russell's view expressed in *Vagueness* (1923) where he argues that that vagueness in the macroscopic parameter is not of an ontological nature but only of an epistemological character, and is caused by looking at the physical system from a far-away perspective. This inexact picture results in an acquiescence with the inexact conditions that determine the impact of a small ontic change on its representation by the macroscopic ontic parameter. The macroscopic parameter is partly governed by its own conditions, according to the correlation thesis.