

ALFRED TRZASKA *, KRZYSZTOF BRODA *

POSSIBILITY OF DETERMINING COLMATAGE PARAMETERS AND FUNCTIONS BASING ON THE THEORY OF COLMATAGE AND EXPERIMENT

O MOŻLIWOŚCI WYZNACZENIA PARAMETRÓW I FUNKCJI KOLMATACYJNYCH W OPARCIU O TEORIĘ KOLMATAACJI I EKSPERYMENT

In this paper we assume that the flow of suspension is accompanied by the exchange of solid particles from a liquid medium into a solid one. We take it as true that both the porous medium and the suspension are characterised by the homogeneity of colmatage properties. We also assume that the flow proceeds along the generating lines parallel to the x axis.

The phenomenon under discussion will be described with a suitable system of partial differential equations which consists of the balance-transport equation (1), that of the process kinetics (2) and the equation of motion (6) with boundary conditions (3). Solution of this system results in determining the distribution function of colmatage mass arrested $P(x, t)$, that of porosity $\varepsilon(x, t)$, that of pressure $h(x, t)$ and the function of unitary flow discharge $q(t)$.

Basing on the theory, on computation procedures suitably chosen and on an experiment determining the distribution of pressure $h(x, t)$ and the discharge of flow $q(t)$ we find out all colmatage parameters. Their knowledge using theoretical description helps to determine every function above mentioned and, additionally, a function describing the changeability of medium permeability $k(x, t)$ when the exchange of mass from a liquid medium into a solid one proceeds during the flows, i.e. when the flows take place with colmatage in the whole space and time of the phenomenon duration. This is obtained using formula (16) for flows without colmatage, or (17) if the flow with colmatage occurs at constant difference of pressures at points $x = 0$ and $x = L$.

Key words: the flow with mass and momentum exchange, colmatage, filtration.

Niniejsza publikacja dotyczy pewnych aplikacyjnych zagadnień związanych z przepływem zawiesiny przez ośrodki porowate. Zakładamy przy tym, że zawiesina i ośrodek porowaty są jednorodne, a także, że przepływająca przez taki ośrodek porowaty zawiesina

osadza się w tym ośrodku. W efekcie tego osadzania dochodzi do ubytku przestrzeni porowej ośrodka, a co za tym idzie do zmniejszenia jego porowatości, a w konsekwencji do przepuszczalności oraz uziarnienia rozkładu ciśnienia i wydatku przepływu.

Jak już wielokrotnie pisaliśmy, taki przebieg zjawiska, z takimi jego konsekwencjami, nazywamy kolmatacją.

Zauważmy, że przepływy z kolmatacją mogą być realizowane dwojako: przy stałym wydatku przepływu (i z samoregulującym się rozkładem ciśnienia) lub przy stałej różnicy ciśnień (i zmieniającym się wydatku). Ze względu na powyższy fakt dzielimy teorię kolmatacji na te dwie podstawowe grupy, tzn. na opis z przepływem wymuszonym charakteryzującym się tym, że $q(t) = \text{const}$ i taki, gdzie $q = q(t)$.

Ponieważ zjawisku kolmatacji w obu przypadkach towarzyszy ubytek przestrzeni porowej ze wszystkimi podanymi wyżej konsekwencjami, to dla eksperymentatora badającego takie przepływy istotną rzeczą jest określenie rozkładu zatrzymanej masy $P(x, t)$, rozkładu porowatości $\varepsilon(x, t)$, jak również rozkładu ciśnienia $h(x, t)$, zmienności przepuszczalności ośrodka $k(x, t)$, a zatem i zmienności wydatku przepływu $q(t)$ — w każdej chwili trwającego procesu. Eksperymentator jest w stanie dokonać tego (tak jak wielokrotnie robił to nasz zespół badawczy) poprzez zebranie informacji o rozkładach ciśnienia, poczynając od chwili zerowej trwającego procesu. Następnie poprzez rozebranie kolumny kolmatacyjnej na poszczególne segmenty i wyplukanie osadzonego w przestrzeni porowej kolmatanta, ma możliwość wyznaczenia zatrzymanej w przestrzeni porowej masy tego kolmatanta i wyliczenia jego objętości.

Dzięki tym czynnościom mamy informację o rozkładzie ciśnienia $h(x, t_i)$ oraz wyłapanej masy w przestrzeni porowej ośrodka $P(x, t_i)$. Powtarzając tę czynność dla różnych czasów trwania zjawiska kolmatacji, otrzymuje się ostatecznie rozkład zatrzymanej masy kolmatanta $P(x, t)$. Ponieważ związek między masą zatrzymaną w ośrodku $P(x, t)$ a porowatością tego ośrodka jest znany, łatwo określić tym samym i rozkład porowatości w przestrzeni i czasie opisywanego zjawiska: $\varepsilon(x, t)$.

Opisany tok postępowania jest wyjątkowo czasochłonny i pracochłonny. Wymaga wielokrotnego powtarzania eksperymentu z precyzyjnym zachowaniem tych samych warunków. Zauważmy, że jest to trudne lub szczególnie w warunkach naturalnych niemożliwe do zrealizowania. Ze względu na ten fakt i wymogi jakie stoją przed eksperymentatorem opisującym przepływ z kolmatacją pokażemy jak z jednego eksperymentu przebiegającego w określonej przestrzeni i czasie — w którym dokonujemy prostego pomiaru $h(x, t)$ i $q(t)$ — można kolejno określić wyżej wymienione wielkości fizyczne, a więc: $\varepsilon(x, t)$, $P(x, t)$ i $k(x, t)$. Znajomość tych wielkości jest istotna w wielu dziedzinach gospodarki narodowej.

Dokonyjemy tego w oparciu o eksperymenty i wielokrotnie zweryfikowaną, zmodyfikowaną i dopracowaną teorię kolmatacji.

Polega to na tym, że w oparciu o istniejącą teorię kolmatacji i eksperyment oraz opracowane procedury obliczeniowe dopasowujemy krzywą teoretyczną do posiadanych przebiegów eksperymentalnych. W efekcie tego dopasowania uzyskujemy informację o wszystkich wielkościach charakteryzujących proces kolmatacji. W oparciu o te wielkości i teorię możemy już tym razem wyznaczyć to, co nas interesuje w danym przypadku, a więc: rozkład ciśnienia $h(x, t)$ w całym obszarze i czasie trwania zjawiska, rozkład porowatości $\varepsilon(x, t)$, rozkład przepuszczalności $k(x, t)$ i zmienność wydatku przepływu $q(t)$. Dobre dopasowanie krzywej teoretycznej do eksperymentalnej pozwala więc uniknąć pracochłonnych eksperymentów, wiernie zastępując je opisem teoretycznym.

Teoretyczny opis omawianego zjawiska dobrany został w oparciu o układ równań różniczkowych cząstkowych (1), (2) i (6) z warunkami brzeżno-początkowymi (3).

Uzyskane z rozwiązania funkcje $P(x, t)$ i $\varepsilon(x, t)$ dane są odpowiednio wzorami (4) i (5), a ich przebiegi ilustrują rysunki 3, 4, 7 i 8.

Funkcje rozkładu ciśnienia uzyskane z równania ruchu z kolmatacją (7) opisują kolejno te rozkłady dla przepływu realizowanego ze stałym wydatkiem (9) i stałej różnicy ciśnień (10). Funkcja (8) opisuje rozkład ciśnienia przy przepływie czystych cieczy nie niosących ze sobą zawiesiny, a więc wtedy, gdy $n = 0$ lub gdy przepływająca zawiesina nie podlega wymianie z ośrodka ciekłego do stałego, tzn. gdy przepływ jest realizowany bez kolmatacji lub w początkowej chwili procesu z kolmatacją. Ten związek dla jednorodnych ośrodków porowatych lub inaczej mówiąc ta charakterystyka dana jest w postaci „prostej o ujemnym nachyleniu”. Należy tu dodać, że ta prosta ilustrująca rozkład ciśnienia dla przepływu bez kolmatacji jest równocześnie charakterystyką określającą rozkład ciśnienia dla przepływu z kolmatacją, ale w chwili $t = 0$. Kontynuacja zjawiska kolmatacji doprowadza do odstępstwa od tej prostej polegającego na wzroście ciśnienia w każdym punkcie $0 \leq x < L$ dla przepływu realizowanego ze stałym wydatkiem, i do spadku ciśnienia w każdym punkcie $0 < x < L$ w przypadku przepływu realizowanego ze stałą różnicą ciśnień. Na rys. 2 i rys. 6 wyraźnie widać, na czym polega to odstępstwo, a opis graficzny tego „odstępstwa” od „prostej o ujemnym nachyleniu” podaje funkcja (9) i (10).

Rysunki te ilustrują równocześnie stopień dopasowania przebiegów teoretycznych (linie ciągłe) do danych eksperymentalnych (krzyżki). Stopień tego dopasowania świadczy o tym, że teoretyczne opisy zjawiska kolmatacji zostały poprawnie sformułowane w swych założeniach. Daje to możliwość określenia z jednego eksperymentu — stosując wymienione procedury — wszystkich interesujących nas wielkości kolmatacyjnych. Poza wymienionymi wyżej funkcjami $P(x, t)$, $\varepsilon(x, t)$ i $h(x, t)$, także — bardzo istotną z aplikacyjnego punktu widzenia — funkcję określającą zmienność w przestrzeni i czasie pod wpływem przebiegającego zjawiska kolmatacji przepuszczalności ośrodka porowatego, jak również zmienność wydatku przepływu.

Określenie funkcji przepuszczalności uzyskujemy w oparciu o związek (16) dla przepływów bez kolmatacji albo (17) dla przepływów z kolmatacją realizowanych ze stałym wydatkiem lub (18) dla przepływów z kolmatacją realizowanych przy założeniu stałej różnicy ciśnień w punkcie $x = 0$ i $x = L$.

Badania teoretyczne dotyczące zjawiska kolmatacji zostały zapoczątkowane w naszym ośrodku badawczym w latach 60. przez Profesora Jerzego Litwiniszyna pracami (Litwiniszyn i inni, 1961–1969), których już niestety nie będzie kontynuował. Niezależnie od tego, co byśmy napisali na temat tych prac, nigdy nie jesteśmy w stanie przecenić ich wagi i wartości. Były one pionierskie w skali światowej i otworzyły nowy rozdział w badaniach przepływu zawiesin przez ośrodki porowate. Prowadząc dalej te badania, czujemy się Jego uczniami i jesteśmy świadomi kontynuacji Jego dokonań jako prekursora i nauczyciela.

Słowa kluczowe: przepływy z wymianą masy i zmianą pędu, kolmatacja, filtracja.

1. Introduction

This paper refers to applicable questions connected with the flow of suspension through porous media. For the sake of simplicity we assume that suspension and porous medium are homogeneous. In case of suspension, it means that it consists of particles of identical structure and identical physico-chemical properties. As regards porous medium, it is characterized by unchangeable porosity, specific surface and its properties.

We take it as true, of course, that suspension flowing through such porous medium settles in this medium. Because of this sedimentation, porous space of the

medium decreases, leading in consequence to the decrement of its porosity and permeability and to the change of the distribution of pressure and flow discharge.

As we have already written for a lot of times, and repeat it again, such proceeding of the phenomenon with its consequences is called colmatage.

Let us notice that flows with colmatage can proceed in two ways, i. e. at constant discharge of flow (and with self-regulating distribution of pressure), or at constant difference of pressures (and with varying discharge). Because of this we divide the theory of colmatage into two basic groups, i. e. into the description with forced flow characterized by the fact that $q(t) = \text{const}$, and into that one where $q = q(t)$.

Since the phenomenon of colmatage in both cases is accompanied by the decrement of porous space with all the above mentioned consequences, it is essential for the experimenter, studying such flows, to determine the distribution of mass arrested, the distribution of porosity, as well as the distribution of pressure, the changeability of the medium permeability and the variation of flow discharge in every moment of the process duration. The experimenter is able to achieve this, as our team (Trzaska, 1965, 1972; Trzaska & Broda, 1991, 1999 and al.) has done many times gathering information on the distributions of pressures starting at the zero moment of the process duration. Then, separating the colmatage column into segments and washing out the colmatant deposited in the porous medium, the experimenter is able to determine the mass of this colmatant arrested in the porous medium and to calculate its volume.

In result of these actions we get information on the distribution of pressure $h(x, t_i)$ and the mass arrested in the medium porous space $P(x, t_i)$. Repeating this action for various times of the colmatage phenomenon duration, we finally get the distribution of the colmatant mass arrested $P(x, t)$. Since the connection between the mass arrested in the medium $P(x, t)$ and the porosity of this medium are known, it is easy to determine the distribution of porosity $\varepsilon(x, t)$ as well.

The procedure described is unusually time — and labour — consuming. It needs to be repeated many times and to have precisely the same conditions. Sometimes it is often difficult or impossible, especially under natural conditions. Because of this fact and the demands the experimenter or the designer describing the flow with colmatage has to face, we will show how from one experiment running in an established space and time in which a simple measurement $h(x, t)$ and $q(t)$ is performed, it is possible to determine in turn the above mentioned physical quantities, i. e. $\varepsilon(x, t)$, $P(x, t)$ and $k(x, t)$. Knowledge of the quantities is quite significant in various fields of national economy.

We achieve this basing on the experiment and on the theory of colmatage verified many times, modified and completed.

Using the existing theory of colmatage and the experiment as well as the calculation procedures prepared, we match theoretical curve to the experimental ones. In result of this matching we obtain information concerning every quantity characterizing the process of colmatage. Thus we can determine what we are interested in a given case, e.g. the distribution of pressure $h(x, t)$ in the whole

area and at the time of phenomenon duration, the distribution of porosity $\varepsilon(x, t)$, the distribution of permeability $k(x, t)$ and the variation of flow discharge $q(t)$. Good matching of the theoretical curve to the experimental one allows one to avoid labour-consuming experiments, replacing them with a theoretical description.

Theoretical investigations of this phenomenon, i.e. the phenomenon of colmatage, were started in our centre in the sixties by Professor Jerzy Litwiniszyn with his works (Litwiniszyn et al., 1961–1969) which, alas, will not be continued. Irrespective of what could be written on those works, we are not able to overestimate their significance and value. They were pioneer on a world scale and opened a new way in examining the flow of suspension through porous media. Continuing this work we are indebted to him — a precursor and teacher — and wish to follow his example by contributing to this problem with our investigations.

2. Theory used for the calculations of the problem under discussion

In the introduction to this paper we set ourselves a task which we accomplish by means of the existing theory. It consists of a system of partial differential equations describing the process of colmatage under discussion. This system is carefully chosen in the form suitable for the phenomenon described and for the experiments carried out. Because in our investigations the length of porous medium equals 90 [cm], and the time of the flow of the colmatant front wave in relation to the time of the phenomenon duration can be neglected, then the balance-transport equation, considering unknown functions $P(x, t)$ and $N(x, t)$, has the form:

$$q(t) \frac{\partial N(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

where, as in every our paper (Litwiniszyn, 1961, 1965, 1966; Trzaska, 1965, 1972), $N(x, t)$ and $P(x, t)$, determine in turn the volume concentration of particles floating and arrested with reference to the unit of the liquid or solid medium volume.

The expression $q(t)$ is named either the filtration velocity (on account of its size) or the unitary flow discharge, i.e. the discharge referring to the unit of the area embracing jointly both the pores and the skeleton of the porous medium (Fig. 1).

The phenomenon of colmatage during a relatively long process is best described by what is called the third kinetics (Trzaska, 1972).

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = -\alpha_{0.3} q(t) [P(x, t) - \varepsilon_0] [P(x, t) - \beta] N(x, t). \quad (2)$$

Owing to this, we based our considerations on this kinetics. However, we want to say that the procedure we used to get interesting us information on the basic quantities connected with the flows with colmatage can be also based on the solutions considering the already known first or second kinetics. This can take place when the phenomena of colmatage proceed in accordance with the mechanisms of

these kinetics, although we wish to stress that the third kinetics (2) is a significant generalisation of the two others.

We want to remind you that the solution of the system of equations (1) and (2) with the boundary conditions

$$N(0, t) = n, \quad P(x, 0) = 0 \text{ and additional one } P(0, t) = \varepsilon_0 \frac{\beta^*}{\varepsilon_0 - \beta e^{n\alpha_0 \beta^* \int_0^t q(t) dt}}, \quad (3)$$

determines the function we look for of the distribution of the colmatant mass $P(x, t)$ retained in the porous medium. Its form is represented by formula (4) (Trzaska, 1972, 1983)

$$P(x, t) = \varepsilon_0 \frac{e^{n\alpha_0 \beta^* \int_0^t q(t) dt} - 1}{\left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\beta}\right) - e^{-\varepsilon_0 \alpha_0 \beta x} + e^{n\alpha_0 \beta^* \int_0^t q(t) dt} - 1}, \quad (4)$$

where:

$$\beta^* = \varepsilon_0 - \beta; \quad \beta < 0.$$

Colmatant mass arrested in the porous medium causes the decrement of the porous space of the medium. Thus, it leads to the lessening of the medium porosity. If the initial porosity of the medium equalled ε_0 , and the concentration of the mass retained is P , then its current porosity at an arbitrary point of this medium and at a moment t of the colmatage process duration equals $\varepsilon(x, t) = \varepsilon_0 - P(x, t)$. This dependence can be observed in Fig. 1 if we notice that $V_{pa} = V_{pp} - V_p$; $\varepsilon_0 = V_{pp}/V_c$; $\varepsilon(x, t) = V_{pa}/V_c$; $P(x, t) = V_p/V_c$; $N(x, t) = V_N/V_{pa}$.

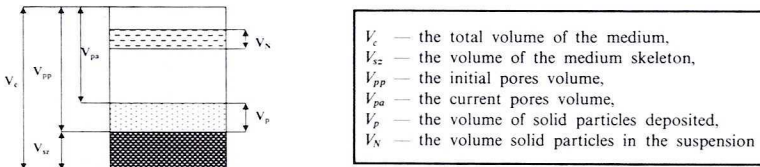


Fig. 1.

Since we have the distribution function $P(x, t)$ we can also easily determine the distribution function $\varepsilon(x, t)$. Its form is as follows (Trzaska, 1983):

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_0 \frac{\frac{\beta^*}{\beta} e^{-\varepsilon_0 \alpha_0 \beta x}}{\frac{\beta^*}{\beta} e^{-\varepsilon_0 \alpha_0 \beta x} - e^{n\alpha_0 \beta^* \int_0^t q(t) dt} + 1}. \quad (5)$$

Since the colmatant mass leads to the decrement of the medium porous space, to the lessening of its permeability, it also leads, at the same time, to the changes in the primary distribution of pressure.

The distribution of pressure $h(x, t)$ and its variation in space and time resulting from the process of colmatage is determined using the equation of motion (6) (Trzaska, 1986, 1989)

$$\frac{dh(x, t)}{dx} = -2a \frac{v\alpha^2}{g\varepsilon^3(x, t)} q(t), \quad (6)$$

(where a is "the coefficient of departure", v — the kinematic viscosity index, α — the specific surface, g — the acceleration of gravity), which after introducing function $\varepsilon(x, t)$ given by formula (5) takes the form (7).

$$\frac{dh(x, t)}{dx} = -\Omega q(t) \alpha^2 [b^3 + 3b^2 A(t) e^{f(x)} + 3b A^2(t) e^{2f(x)} + A^3(t) e^{3f(x)}], \quad (7)$$

where: $\Omega = \frac{2av}{g\varepsilon_0^3 b^3}$; $b = \frac{\beta^*}{\beta}$; $A(t) = 1 - e^{n\alpha_0\beta^* \int_0^t q(t) dt}$; $f(x) = \varepsilon_0 \alpha_0 \beta x$.

Let us notice that α_0 , β , α , n are constant values for homogeneous media. The above equation of motion with colmatage has three particular solutions.

The first particular solution is given by formula (8)

$$h(x) = h_L + \frac{2av}{g\varepsilon_0^3} q_0 \alpha^2 (L - x), \quad (8)$$

where L denotes the total length of the porous medium.

Function (8) obtained describes the distribution of pressure at the flow of pure liquids not carrying any suspension, i.e. when $n = 0$, or when flowing suspension does not undergo the exchange from the liquid medium to the solid one, which means that the flow proceeds without colmatage or with colmatage at the initial moment of the process. This relation for homogeneous media, or speaking differently this characteristic is given in the form of "straight line with negative inclination". This straight line illustrating the distribution of pressure for the flow without colmatage is simultaneously a characteristic determining the distribution of pressure for the flow with colmatage but at the moment $t = 0$. Continuation of the phenomenon of colmatage leads to the departure of this straight line depending on the increase of pressure at every point $0 \leq x < L$ for the flow proceeding with constant discharge. It also leads to the drop of pressure at every point $0 < x < L$ when the flow proceeds with constant difference of pressure. Figs 2 and 6 clearly show what this departure depends on.

Because of this we give below the second particular solution (9) of formula (7). It refers to the flow with constant discharge.

$$h(x, t) = h_L + \Omega q_0 [B_0^{**}(x) - B_1^{**}(x) e^{\delta q_0 t} + B_2^{**}(x) e^{2\delta q_0 t} + - B_3^{**}(x) e^{3\delta q_0 t}], \quad (9)$$

where:

$$\begin{aligned} B_0^{**}(x) &= b^3 B_0^*(x) + 3b^2 B_1^*(x) + 3b B_2^*(x) + B_3^*(x) \\ B_1^{**}(x) &= 3b^2 B_1^*(x) + 6b B_2^*(x) + 3B_3^*(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_2^{**}(x) &= 3b^2 B_2^*(x) + 3B_3^*(x) \\
 B_0^*(x) &= \alpha^2 (L - x) \\
 B_1^*(x) &= \frac{\alpha^2}{\alpha_0 \beta \varepsilon_0} (e^{\alpha_0 \beta \varepsilon_0 L} - e^{\alpha_0 \beta \varepsilon_0 x}) \\
 B_2^*(x) &= \frac{\alpha^2}{2\alpha_0 \beta \varepsilon_0} (e^{2\alpha_0 \beta \varepsilon_0 L} - e^{2\alpha_0 \beta \varepsilon_0 x}) \\
 B_3^*(x) &= \frac{\alpha^2}{3\alpha_0 \beta \varepsilon_0} (e^{3\alpha_0 \beta \varepsilon_0 L} - e^{3\alpha_0 \beta \varepsilon_0 x}) \\
 \delta &= n\alpha_0 \beta^*
 \end{aligned}$$

The third particular solution (10) describes the case of the flow proceeding at the constant difference of pressures at points $x = 0$ and $x = L$.

$$h(x, t) = \frac{H_0 [B_0^{**}(x) - B_1^{**}(x) e^{\delta Q(t)} + B_2^{**}(x) e^{2\delta Q(t)} - B_3^*(x) e^{3\delta Q(t)}]}{B_0^{**}(0) - B_1^{**}(0) e^{\delta Q(t)} + B_2^{**}(0) e^{2\delta Q(t)} - B_3^*(0) e^{3\delta Q(t)}}, \quad (10)$$

where: $Q(t) = \int_0^t q(t) dt$

$$q(t) = \frac{h(0, t) - h_L}{\Omega [B_0^{**}(0) - B_1^{**}(0) e^{\delta Q(t)} + B_2^{**}(0) e^{2\delta Q(t)} - B_3^*(0) e^{3\delta Q(t)}]}. \quad (11)$$

To understand better the process of the phenomenon of colmatage, let us notice that the case given by formula (8) can be obtained from equation of motion in the form proposed by Darcy. The formulae describing the flow with colmatage (9), (10) can be reduced to the formula describing the flow without colmatage, assuming that the coefficients of colmatage such as n and α_0 take the zero value, or that the process with colmatage is observed at the initial moment ($t = 0$). In accordance with the above assumptions for the homogeneous medium such expressions as the coefficient of filtration, the coefficient of permeability or the hydraulic gradient take the constant value independent of position. With the passing of time, when the flow proceeds with colmatage, the above mentioned quantities undergo changes in space and time taking the form of the functions of these two variables.

3. Experimental, comparison investigations and their comparison with the theory

The authors of this paper carried out experiments with reference to the constant difference of pressures and the constant discharge of flow. The investigations were performed using a special apparatus made by the authors and described in the former publications (Trzaska and Broda, 1991). Fig. 2 presents part of the obtained results concerning an experiment proceeding with the constant discharge of flow. It shows distributions of pressure at the moments $t = 0$ and $t = 12000, 15600, 18000$,

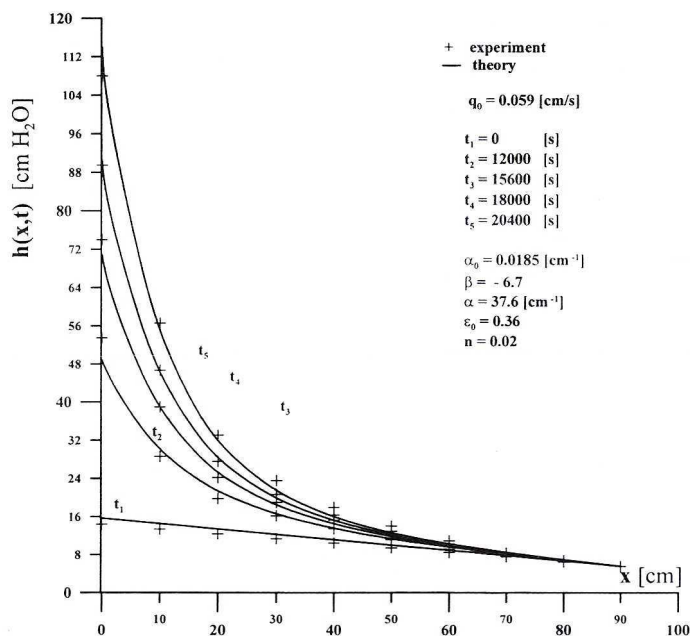


Fig. 2.

20400 (s). Distributions of pressure for the constant difference of pressures are shown in Fig. 6.

Experimental data are presented in the figures by crosses, whereas full lines show theoretical distributions described by the formulae quoted above. The values of the coefficients were chosen from among the experimental data using gradient optimisation methods (Trzaska & Broda, 1991).

Thus, because we have the values of the colmatage parameters interesting us, such as: α_0 , β , n , we can calculate now distribution of the mass retained $P(x, t)$, those of porosity $\varepsilon(x, t)$, pressure $h(x, t)$ and permeability $k(x, t)$ at an arbitrary point x and moment t of the colmatage process duration.

Investigation results serving as an example obtained from the experiment made with the constant discharge of flow, after suitable calculations, are shown in Figs 2, 3, 4 and 5, whereas those obtained from the experiment carried out with the constant difference of pressures are given in Figs 6, 7, 8 and 9.

In Figs 3 and 7 the distributions of the mass retained $P(x, t)$ are presented. Figs 4 and 8 show the distribution of porosity $\varepsilon(x, t)$ obtained on the basis of the known dependence.

Comparing the experiment with the theory we can see that the latter is sufficiently correct in its assumptions. Aware of this fact we can make next steps forward. They concern the determination of function $k(x, t)$ denoting the variation of permeability of the porous medium under discussion. It can be done using equation (7).

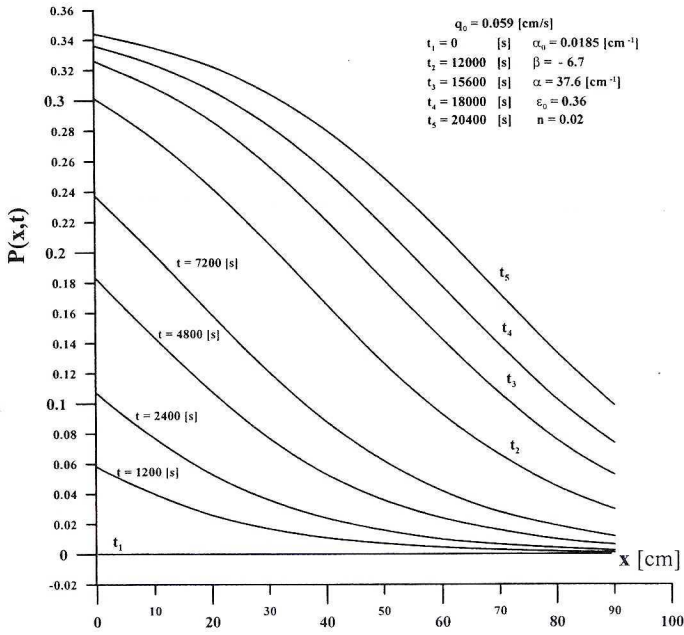


Fig. 3.

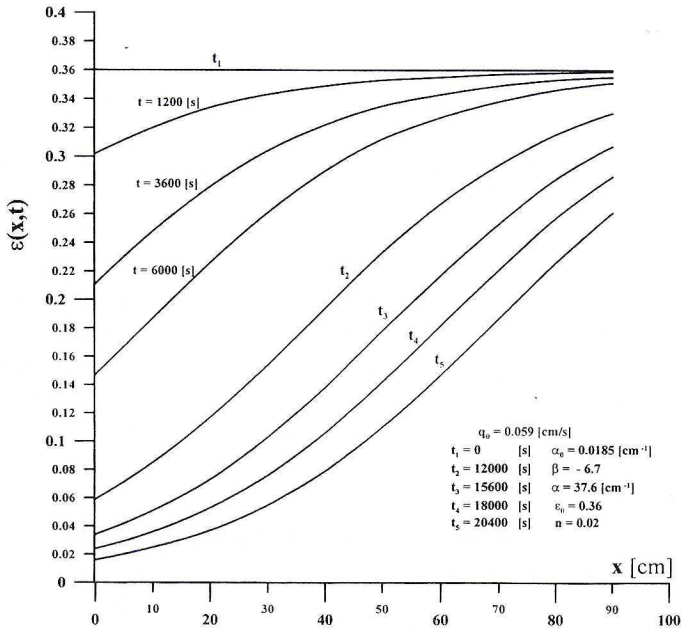


Fig. 4.

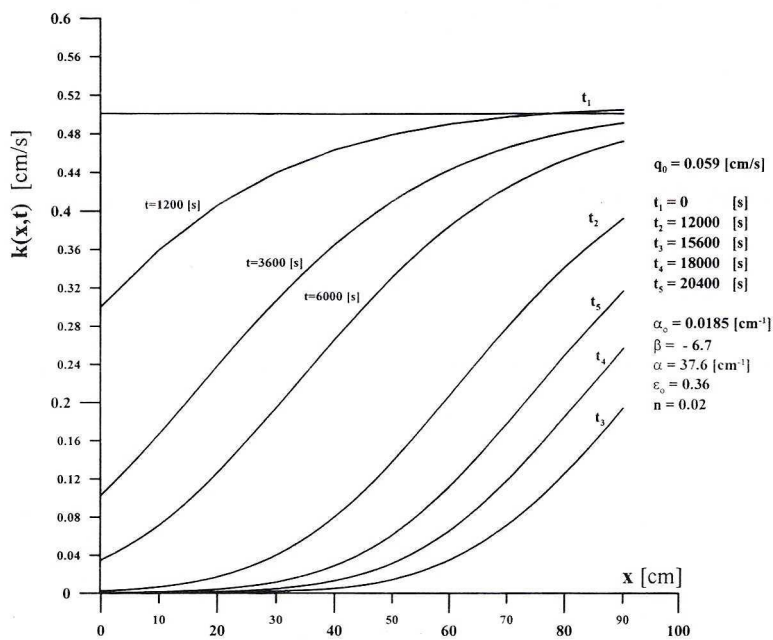


Fig. 5.

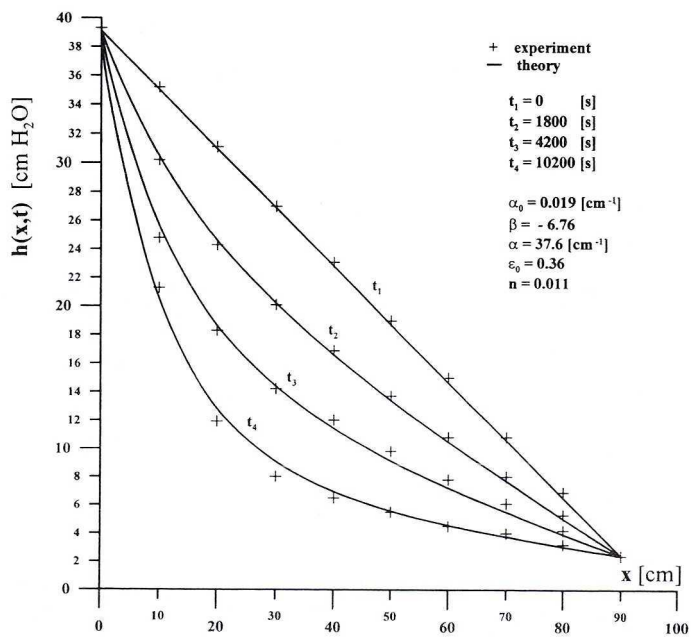


Fig. 6.

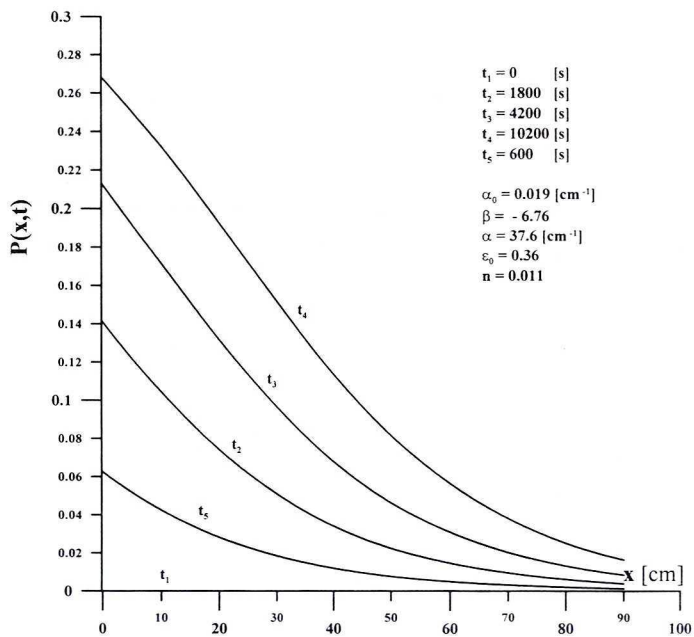


Fig. 7.

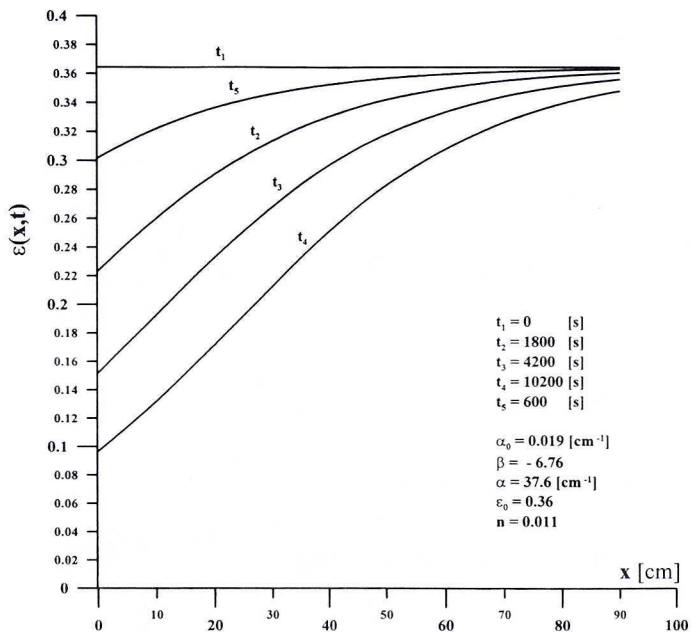


Fig. 8.

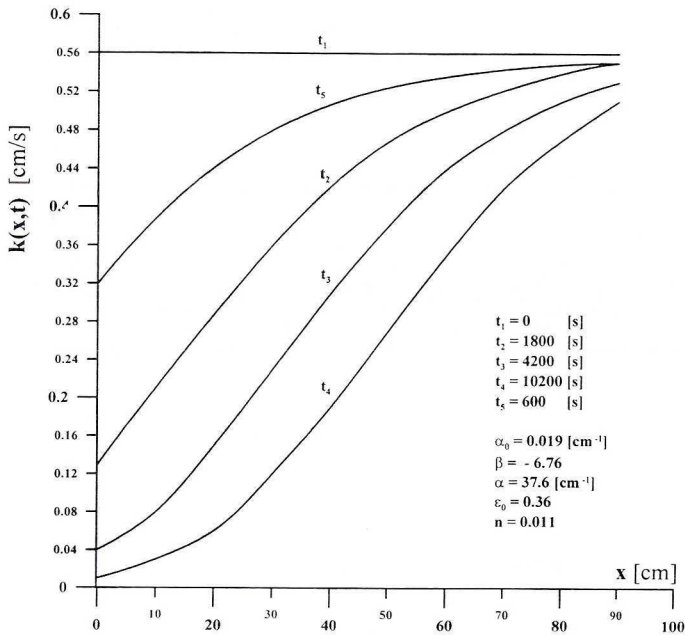


Fig. 9.

Knowing the distribution $h(x, t)$ from the experiment, we can determine this function as follows. On the basis of this experiment and calculation procedures we determine the coefficients of colmatage. And so, basing on formula (4) we calculate the distribution of the colmatant mass $P(x, t)$ arrested in the porous medium, and using formula (5) we get the distribution of porosity $\varepsilon(x, t)$. Function $k(x, t)$ describing the variation of permeability of the porous medium for the three cases of flow, i.e. without colmatage, with colmatage: for the flow with constant discharge or with constant difference of pressures, is determined in the following way.

At first we determine the hydraulic gradient $J = -\frac{dh(x, t)}{dx}$ from the theoretical procedures basing on three particular solutions of equation (7), i.e. (8), (9) and (10). Thus:

for the flow without colmatage this case is determined by formula (12)

$$\frac{dh(x)}{dx} = -\Omega b^3 \alpha^2 q_0, \quad (12)$$

for the flow with colmatage, but with the constant discharge of flow q_0 this case is determined by formula (13)

$$\frac{dh(x, t)}{dx} = -\Omega q_0 \alpha^2 [b^3 + 3b^2 A(t) e^{f(x)} + 3b A^2(t) e^{2f(x)} + A^3(t) e^{3f(x)}], \quad (13)$$

where:

$$A(t) = 1 - e^{n\alpha_0\beta^* q_0 t},$$

and for the flow with colmatage and the constant difference of pressures — formula (14)

$$\frac{dh(x,t)}{dx} = -H_0 \left\{ \frac{\beta^{*3} \varepsilon_0 \alpha_0 + 3\beta^{*2} m R(x) G(t) + 6\beta\beta^* m R^2(x) G_1(t) + 3m\beta^2 R^3(x) G_2(t)}{\beta^{*3} L \varepsilon_0 \alpha_0 + 3\beta^{*2} (E-1) G(t) + 3\beta\beta^* (E^2-1) G_1(t) + \beta^2 (E^3-1) G_2(t)} \right\}, \quad (14)$$

where:

$$E = e^{\varepsilon_0 \alpha_0 \beta L}, \quad R(x) = e^{\varepsilon_0 \alpha_0 \beta x}, \quad G(t) = 1 - e^{\delta Q(t)}, \quad G_1(t) = 0.5 - e^{\delta Q(t)} + 0.5 e^{2\delta Q(t)}, \\ G_2(t) = \frac{1}{3} - e^{\delta Q(t)} + e^{2\delta Q(t)} - \frac{1}{3} e^{3\delta Q(t)}, \quad m = \varepsilon_0 \alpha_0 \beta.$$

Following Darcy, we can notice that $q = kJ$. This happens when the flow proceeds without colmatage, i. e. when a given medium does not change its physical properties. Then, the coefficient k known as the coefficient of filtration takes constant value characteristic for a given porous medium; naturally when q and J are also constant values. When the flow proceeds with colmatage, because the porous medium undergoes physical changes, the above given description, as we have often stressed, is valid for the moment $t = 0$ of the running process. Under its influence the decrement of the medium porous space occurs, its porosity decreases and the changes in permeability take place. The primary feature of the porous medium known as the coefficient filtration k undergoes variation and from that moment it takes the shape of function of position and time $k(x, t)$. Thus, the above given Darcy equation, valid for the flow without colmatage takes the form

$$q(t) = k(x, t) J(x, t). \quad (15)$$

If function $k(x, t)$ is to be determined, we have to proceed as follows.

In the case of the flow without colmatage $q(t) = \text{const}$, because physical properties of the porous medium do not change, and the hydraulic gradient is then given by formula (12). In this definite case the coefficient of filtration is described by formula (16).

$$k = \left(\frac{2av\alpha^2}{g\varepsilon_0^3} \right)^{-1}. \quad (16)$$

On the other hand, when the flow proceeds with colmatage but with constant discharge, function $k(x, t)$ is given by formula (17). It will be obtained on the basis of (13) and (15).

$$k(x, t) = \{ \Omega \alpha^2 [b^3 + 3b^2 A(t) e^{f(x)} + 3b A^2(t) e^{2f(x)} + A^3(t) e^{3f(x)}] \}^{-1}. \quad (17)$$

However, if the flow with colmatage proceeds with the constant difference of pressures at points $x = 0$ and $x = L$, then function $k(x, t)$ takes the form shown below

$k(x, t) =$

$$q(t) \frac{\beta^{*3} L \varepsilon_0 \alpha_0 + 3\beta^{*2}(E-1)G(t) + 3\beta\beta^*(E^2-1)G_1(t) + \beta^2(E^3-1)G_2(t)}{H_0[\beta^{*3}\varepsilon_0\alpha_0 + 3\beta^{*2}mR(x)G(t) + 6\beta\beta^*mR^2(x)G_1(t) + 3m\beta^2R^3(x)G_2(t)]}, \quad (18)$$

where $q(t)$ is determined from formula (11). Using formulae (14) and (15) we obtain formula (18).

On the basis of the above solutions, Figs 5 and 9 present the distributions of permeability $k(x, t)$.

At first sight, the determination of the quantities mentioned characterizing the process of colmatage seems complicated and labour-consuming. However, calculation procedures, irrespective of their complications because of the mathematical techniques (gradient methods of optimisation or others) allow one to obtain quickly the results interesting for the experimenter.

The authors presented their propositions how to determine these quantities on the basis of a definite example referred to both the theory and the experiment. If the necessity comes to perform calculations with reference to some other geometry of flow differing from the one used in the experiment, e.g. to the radial flow, it is possible to apply the procedure and calculations also to this geometry.

REFERENCES

- Bodziony J., LitwiniŹzyn J., 1962. Mathematical Approach to the Phenomenon of Colmatage of an n-fractional Suspension of Particles. Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. techn. 10.
- Kruszecki M., LitwiniŹzyn J., 1970. On Certain Type of Filter with Continuous Exchange of Porous Material. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 18, 1.
- LitwiniŹzyn J., 1961. On a Certain Model of the Flow of Liquid in a Pipe Network. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn. 9, 8.
- LitwiniŹzyn J., 1963. Colmatage Considered as a Certain Stochastic Process. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 3.
- LitwiniŹzyn J., 1964. Contribution to the Probabilistic Interpretation of Fluid Flow in a Porous Medium. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 12, 8.
- LitwiniŹzyn J., 1965. Colmatage Accompanied by the Change of Volume of Colmating Particles. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 13, 7.
- LitwiniŹzyn J., 1965. Particular Case of Proceeding Under the Action of an Inject of Suspension. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 13, 10.
- LitwiniŹzyn J., 1965. Zjawisko kolmatacji i jego pewne szczególne przypadki. II Sympozjum Filtracji, Gdańsk 10-20 XI 1965.
- LitwiniŹzyn J., 1966. The Phenomenon of Colmatage. Archiwum Mechaniki Stosowanej 18, 4.
- LitwiniŹzyn J., 1966. Colmatage. Accompanied by Difusion. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 14, 4.

- Litwiniszyn J., 1966. Cauchy's Problem in the Process of Colmatage Accompanied by Difusion. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 14.
- Litwiniszyn J., 1966. Colmatage — Scuring Kinetics in the Light of Stochastic Birth-Death Process. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 14, 9.
- Litwiniszyn J., 1967. On Some Mathematical Models of the Suspension Flow in Porous Medium. Chemical Engin. Sci., Ser. Sci. techn., 22.
- Litwiniszyn J., 1967. On Suspension Flow in a Porous Medium. Inf. J. Eng. Sc., 5.
- Litwiniszyn J., 1967. Colmatage with Reference to the Model of a Random Walking Particle. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn. 15, 6.
- Litwiniszyn J., 1968. The Phenomenon of Colmatage Considered in the Light of Markov Processes. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 16, 4.
- Litwiniszyn J., 1968. On a Certain Markov Model of Colmatage-Scuring Phenomena I. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 16, 11–12.
- Litwiniszyn J., 1969. On a Certain Markov Model of Colmatage-Scuring Phenomena II. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 17, 1.
- Litwiniszyn J., 1969. On the Possibility of Experimental Verification of a Certain Non-Linear Effect in Flows through Porous Media. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 17, 7.
- Litwiniszyn J., Bodziony J., 1961. Matematyczny model zjawiska kolmatacji n-frakcyjnej zawiesiny cząstek stałych w ośrodku ciągłym. Sprawozdanie PAN Kraków.
- Trzaska A., 1965. Experimental Research on the Phenomenon of Colmatage. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. techn., 13, 9.
- Trzaska A., 1972. New Kinetics Equations of the Colmatage Process and their Application. Archiwum Górnictwa, 17, 4, 361–384.
- Trzaska A., 1983. The Effect of Colmatage on the Porosity of Heterogeneous Porous Media. Archives of Mining Sciences, 28, 1, 3–11.
- Trzaska A., 1986. The Distribution of Pressure During the Flow with Colmatage Through Heterogeneous Porous Media. Archiwum Górnictwa, 31, 1, 175–183.
- Trzaska A., 1989. On Researches of the Colmatage. Archiwum Górnictwa, 34, 3, 529–541.
- Trzaska A., Broda K., 1991. Comparison of The Actual Course of Colmatage with Its Theoretical Description. Archiwum Górnictwa, 36, 4, 325–332.
- Trzaska A., Broda K., Filek K., 1999, Experimental Research of the Influence of the Colmatage Process on Pressure Distribution and Variability of Flow Discharge and Flow with Free Surfaces. Archives of Mining Sciences, 44, 4, 531–532.

REVIEW BY: PROF. DR HAB. INŻ. JAKUB SIEMEK, KRAKÓW

Received: 30 June 2000.